

ใบความรู้ที่ 1

เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ ตัวอย่าง แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

ถ้า $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ เป็นข้อมูล n ค่า แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูล ซึ่งเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์

$$\bar{x} \text{ คือ } \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

$$\text{นั่นคือ } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \text{ หรือเขียนอย่างย่อว่า } \bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูล 4 , 4 , 5 , 7 , 10

วิธีทำ จาก $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$

$$\bar{x} = \frac{4+4+5+7+10}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่าเฉลี่ยของข้อมูล 5,3,6,5,4,5,2,8,6,5,4,8,3,4,5,4,8,2,5,4

วิธีทำ จาก $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{5+3+6+5+4+5+2+8+6+5+4+8+3+4+5+4+8+2+5+4}{20} \\ &= \frac{96}{20} = 4.8 \end{aligned}$$

จากตัวอย่างที่ 2 พบว่าข้อมูลไม่ได้จัดเป็นหมวดหมู่แต่มีจำนวนซ้ำกันหลายค่า เราสามารถสร้างสูตรการคำนวณหาค่าเฉลี่ยของข้อมูลที่ไม่ได้จัดเป็นหมวดหมู่ ดังนี้

กำหนดข้อมูล

x_i (ข้อมูล)	f_i (ความถี่)
x_1	f_1
x_2	f_2
.	.
.	.
.	.
x_k	f_k

$$\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + f_3 x_3 + \dots + f_k x_k}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_k}$$

นั่นคือ
$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{\sum_{i=1}^k f_i}$$
 หรือเขียนอย่างย่อ
$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f}$$

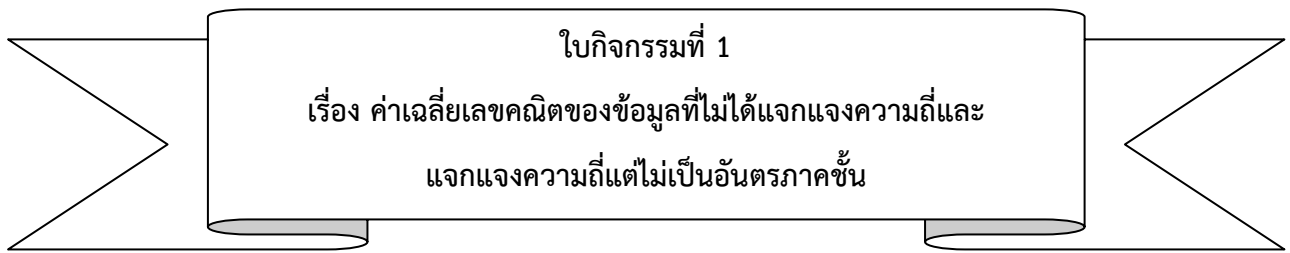
ตัวอย่างที่ 3 จากข้อมูลที่กำหนด จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต

x	0	1	2	3	4
f	1	3	8	5	3

วิธีทำ สร้างตารางเพิ่มเพื่อสะดวกในการคิดคำนวณ

x	0	1	2	3	4	-
f	1	3	8	5	3	20
f_x	0	3	16	15	12	46

จากสูตร
$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f}$$
 นั่นคือ
$$\bar{x} = \frac{46}{20} = 2.3$$



1. จากข้อมูลที่กำหนด จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต

1) 2,4,7,8,9

2) 6,8,7,5,3,7

3) 7,10,6,5,9,3,5

4) 2,8,2,9,4,5,7,2,6,3,4,8

2. จากข้อมูลที่กำหนด จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต

1)

คะแนน	จำนวนน.ร.
2	6
3	7
7	15
8	9
10	7

2)

อายุ (ปี)	จำนวนคน
2	3
4	5
5	2
7	9
9	7
10	4
11	9
15	6

3. ข้อมูลต่อไปนี้เป็นน้ำหนักคิดเป็นกรัมของเด็กแรกเกิด 5 คน เป็น 2600 , 2750 , 3000 , 3200 และ 3710 ตามลำดับ จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลข้างต้น

4. ปัจจุบันครอบครัวหนึ่ง พ่อมีอายุ 45 ปี แม่มีอายุ 40 ปี ลูกทั้ง 3 คน มีอายุ 18 ปี 14 ปี และ 12 ปี ตามลำดับ จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของอายุของคนในครอบครัวนี้

5. สุนีอายุ 7 ปี สา ศรี และใส มีอายุคนละ 5 ปี แต้วและตีมีอายุคนละ 6 ปี คุณยายมีอายุ 92 ปี จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของอายุของคนทั้ง 7 คนนี้

แบบฝึกทักษะชุดที่ 1

เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

1. ตำบลที่ทำการชั่งน้ำหนักของเขา 8 ครั้ง หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักได้ 53 กิโลกรัม ในการบันทึกการชั่งน้ำหนัก 7 ครั้ง เป็นดังนี้ 57 , 55 , 45 , 60 , 60 , 55 , 45 , 62 โดยการชั่งน้ำหนักครั้งที่ 8 เขาทิ้งน้ำหนักไป จงหาว่าการชั่งน้ำหนักครั้งที่ 8 ของเขาเป็นเท่าไร
2. ในการแข่งบาสเกตบอล 5 ครั้งที่ผ่านมา ผู้เล่นคนหนึ่งทำคะแนนได้ดังนี้ 28 , 29 , 28 , 32 , 28 และยังมีการแข่งขันเหลืออยู่อีกหนึ่งครั้ง ถ้าเขาต้องการให้ตัวกลางเลขคณิตของคะแนนที่เขาทำได้ทั้งหมดครั้งเป็น 30 เขาจะทำได้หรือไม่ ถ้าทำได้ครั้งที่หกเขาจะต้องทำคะแนนเท่าใด
3. ในการชั่งน้ำหนักของนักเรียนคนหนึ่ง 5 ครั้ง ในหนึ่งเดือน (เป็น กก.) เป็นดังนี้ 43.2 , 44.5 , 44.2 , 43.8 , 44.8 หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักในการชั่งน้ำหนักทั้งห้าครั้งเป็น 44.1 กก แต่ปรากฏว่าเครื่องชั่งที่ชั่งน้ำหนักนี้บอกน้ำหนักขาดไปจากน้ำหนักจริง 0.1 กก. จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักที่ถูกต้อง
4. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 20 จำนวน หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้เท่ากับ 6 แต่ต่อมาตรวจพบได้ว่าได้บันทึกข้อมูลผิดไปหนึ่งจำนวน คือ ข้อมูล 0.3 ถูกอ่านเป็น 3 จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่แท้จริง
5. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 5 จำนวน แดงลอกข้อมูลชุดนี้เป็นดังนี้ 30,13,32,15 และ 44 ปรากฏว่าแดงลอกข้อมูลจำนวนสุดท้ายผิดไป ส่วนตัวเลขถูกต้องทุกจำนวน และคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้เท่ากับ 25 อยากทราบว่าจะแดงลอกผิดไปเท่าใด และจำนวนนั้นเป็นเท่าไร
6. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 10 จำนวน หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้ได้เท่ากับ 2 ต่อมาปรากฏว่าผู้คำนวณอ่านค่าของข้อมูลผิดไป 2 จำนวน คือ 0.2 และ 0.3 แต่เขาอ่านเป็น 2 และ 3 ตามลำดับ อยากทราบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่ถูกต้องเป็นเท่าใด
7. สมมติว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งมี 35 คน ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของอายุของนักเรียนชั้นนี้ คือ 15 ปี หลังจากปิดเรียนภาคต้นแล้ว 1 สัปดาห์ มีนักเรียนเข้าใหม่ในชั้นอีก 1 คน นักเรียนใหม่คนนี้มีอายุ 15 ปี อยากทราบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของอายุนักเรียนทั้ง 36 คนนี้เป็นเท่าไร
8. จากการทดสอบวิชาคณิตศาสตร์ ค.011 ของนักเรียน 400 คน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง ซึ่งมีนักเรียนชาย 150 คน นักเรียนหญิง 250 คน ปรากฏว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของนักเรียนชายเป็น 72.5 คะแนน และของนักเรียนหญิงเป็น 73.6 คะแนน จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของนักเรียนทั้ง 400 คน
9. จากการสำรวจรายได้ของพนักงานของโรงงานแห่งหนึ่ง 3 กลุ่ม กลุ่มที่ 1 มีจำนวน 200 คน รายได้เฉลี่ยแล้วเดือนละ 500 บาท กลุ่มที่ 2 มีจำนวน 150 คน รายได้เฉลี่ยแล้วเดือนละ 650 บาท กลุ่มที่ 3 มีจำนวน 170 คน รายได้เฉลี่ยแล้วเดือนละ 600 บาท อยากทราบว่ารายได้เฉลี่ยของพนักงานทั้ง 520 คนเป็นเท่าไร
10. รายได้เฉลี่ยต่อหัวของผู้ประกอบอาชีพต่างจังหวัดเท่ากับ 1100 บาทต่อเดือน แต่รายได้เฉลี่ยต่อหัวของผู้ประกอบอาชีพในกรุงเทพฯ เท่ากับ 1600 บาทต่อเดือน หากผู้ประกอบอาชีพต่างจังหวัดเท่ากับ 75% ของจำนวนผู้ประกอบอาชีพในกรุงเทพฯ รายได้เฉลี่ยต่อหัวของทั้งสองกลุ่มเป็นเท่าไร
11. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง แบ่งเป็น 3 ห้อง คือ ก. ข. และ ค. ห้อง ก. มีนักเรียน 30 คน ห้อง ข. มีนักเรียน 20 คน และห้อง ค. มีนักเรียน 20 คน ในการสอบวิชาหนึ่งคะแนนเฉลี่ยเลขคณิตของห้อง ก. เท่ากับ 70 อยากทราบว่าคะแนนเฉลี่ยเลขคณิตของห้อง ค. เป็นเท่าไร
12. คนกลุ่มหนึ่งเป็นชาย 6 คน หญิง 4 คน ถ้าผู้ชายทุกคนอายุเท่ากันหมดคือ 30 ปี และหญิงทั้งสี่คนมีอายุเท่ากันหมด คือ 25 ปี จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของอายุของคนทั้งสิบคน

ใบกิจกรรมที่ 2

เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

1. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 7 จำนวน และมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 15 ถ้าข้อมูล 6 จำนวนแรก 15, 14, 16, 17, 15 และ 14 จงหาว่าข้อมูลอีกจำนวนเป็นเท่าใด

.....

.....

.....

.....

2. ครอบครัวหนึ่งมีพ่อ-แม่อายุ 50 ปี และ 45 ปี ตามลำดับ และลูก 3 คน มีอายุเรียงตามลำดับคือ 20, 18, 17 ปี จงหาค่าเฉลี่ยของอายุของคนในครอบครัวนี้ และอยากทราบว่ามีอีก 3 ปีข้างหน้า อายุเฉลี่ยของคนในครอบครัวนี้เป็นเท่าใด และเมื่อ 2 ปีที่แล้วอายุเฉลี่ยเป็นเท่าใด

.....

.....

.....

.....

3. ต่อไปนี้เป็นการชั่งน้ำหนักของนายดำ 5 ครั้งดังนี้ 51.2, 51.3, 51.1, 51.5, 52.0 กก. ตามลำดับ หาค่าเฉลี่ยของน้ำหนักได้ 51.42 กก. แต่ปรากฏว่าเครื่องชั่งคลาดเคลื่อน คือคือน้ำหนักน้อยไปจากน้ำหนักจริงอยู่ 0.1 กก. จงหาน้ำหนักเฉลี่ยที่ถูกต้อง

.....

.....

.....

.....

4. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 10 จำนวน หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตได้เท่ากับ 6 ปรากฏว่าผู้คำนวณได้ลอกข้อมูลผิดไป 1 จำนวน คือลอก 6 เป็น 5 จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่ถูกต้อง

.....

.....

.....

.....

ใบความรู้ที่ 2

เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิตข้อมูลที่แจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้น

ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถหา ค่าเฉลี่ยเลขคณิตข้อมูลที่แจกแจงความถี่ได้แล้วได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ ตัวอย่าง แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู

เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิตข้อมูลที่แจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้น (1)

การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่แจกแจงความถี่แล้ว เราใช้จุดกึ่งกลางชั้นของแต่ละชั้นแทนข้อมูลในแต่ละชั้น นั่นคือ

ถ้า $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$ เป็นจุดกึ่งกลางชั้นของแต่ละชั้น จำนวน k ชั้น โดยมี $f_1, f_2, \dots, f_k$ เป็นความถี่ของแต่ละชั้น แล้ว

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \dots + f_kx_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$$

$$\text{หรือ } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{\sum_{i=1}^k f_i} \text{ เขียนอย่างย่อ } \bar{x} = \frac{\sum f_x}{\sum f}$$

ตัวอย่างที่ 1 จากการสำรวจน้ำหนักของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง ได้ข้อมูลดังตาราง

น้ำหนัก (กก.)	จำนวนคน
60-62	5
63-65	18
66-68	42
69-71	27
72-74	8

จงหาค่าเฉลี่ยของน้ำหนักของคนกลุ่มนี้

วิธีทำ

น้ำหนัก (กก.)	จำนวนคน (f_i)	จุดกึ่งกลางชั้น (x_i)	$f_i x_i$
60-62	5	61	305
63-65	18	64	1152
66-68	42	67	2814
69-71	27	70	1890
72-74	8	73	584
	$\sum f = 100$		$\sum f_x = 6745$

$$\text{ดังนั้น } \bar{x} = \frac{\sum f_x}{\sum f} = \frac{6745}{100} = 67.45 \text{ กก.}$$

นั่นคือ น้ำหนักเฉลี่ยของคนกลุ่มนี้ 67.45 กิโลกรัม

ใบความรู้ที่ 3

เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิตข้อมูลที่แจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้น (แบบลดทอน)

ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถหา ค่าเฉลี่ยเลขคณิตข้อมูลที่แจกแจงความถี่ได้แล้วได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ ตัวอย่าง แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู

เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิตข้อมูลที่แจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้น (แบบลดทอน)

การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตวิธีนี้เป็นการนำข้อมูลมาปรับให้เป็นข้อมูลที่มีค่าน้อย ซึ่งเป็นการทอนค่าของข้อมูล โดย

$$\bar{x} = a + I\bar{d}$$

เมื่อ $\bar{x}$ เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิต
 a เป็นจุดกึ่งกลางชั้น ชั้นที่อยู่กึ่งกลางของตาราง หรือชั้นที่มีความถี่สูงที่สุด
 I เป็นความกว้างของอันตรภาคชั้น

$$\bar{d} = \frac{\sum f_d}{\sum f} \quad \text{และ} \quad d = \frac{x_i - a}{I}$$

ตัวอย่างที่ 2 ตารางแสดงอายุหลอดไฟ จำนวน 40 ดวง เป็นดังนี้

อายุ (ชั่วโมง)	จำนวน
118-122	2
123-127	8
128-132	15
133-137	11
138-142	3
143-147	1

จงหาอายุเฉลี่ยของหลอดไฟ

วิธีทำ

อายุ (ชั่วโมง)	จำนวน (f)	x_i	$x_i - a$	$d = \frac{x_i - a}{I}$	f_d
118-122	2	120	-10	-2	-4
123-127	8	125	-5	-1	-8
128-132	15	130 = a	0	0	0
133-137	11	135	5	1	11
138-142	3	140	10	2	6
143-147	1	145	15	3	3
$\sum f = 40$					$\sum f_d = 8$

$$\text{ดังนั้น } \bar{x} = a + I\bar{d} = 130 + \left(\frac{8}{40}\right)5 = 131$$

นั่นคือ อายุหลอดเฉลี่ย 131 ชั่วโมง

ใบความรู้ที่ 4

เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิตแบบถ่วงน้ำหนักและค่าเฉลี่ยรวม

ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถหา เรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิตแบบถ่วงน้ำหนักและค่าเฉลี่ยรวมได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ ตัวอย่าง แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตแบบถ่วงน้ำหนักและค่าเฉลี่ยรวม

ค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนัก

ในบางครั้งค่าแต่ละค่าในข้อมูลชุด อาจจะมีค่าสำคัญ หรือน้ำหนักไม่เท่ากัน การหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต จะต้องนำน้ำหนักหรือความสำคัญมาใช้ในการคิดคำนวณด้วย

ถ้ากำหนด $x_1, x_2, \dots, x_n$ เป็นข้อมูลซึ่งแต่ละค่ามีน้ำหนัก $w_1, w_2, \dots, w_n$ ตามลำดับแล้ว

$$\text{ค่าเฉลี่ยแบบถ่วงน้ำหนัก} = \frac{x_1 w_1 + x_2 w_2 + \dots + x_n w_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_n} = \frac{\sum xw}{\sum w}$$

ตัวอย่างที่ 1 ครูให้น้ำหนักวิชาภาษาไทย ภาษาอังกฤษ วิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์ เป็น 2,1,3 และ 4 ตามลำดับ ถ้าวิชัยสอบทั้ง 4 วิชา ได้คะแนน 75,80,72 และ 68 ตามลำดับ จงหาค่าเฉลี่ยของผลการสอบของวิชัย

วิธีทำ

วิชา	คะแนน (x)	น้ำหนัก (w)	xw
ภาษาไทย	75	2	150
ภาษาอังกฤษ	80	1	80
วิทยาศาสตร์	72	3	216
คณิตศาสตร์	68	4	272
		$\sum w = 10$	$\sum xw = 718$

$$\therefore \bar{x} = \frac{\sum xw}{\sum w} = \frac{718}{10} = 71.8$$

นั่นคือ วิชัยสอบได้คะแนนเฉลี่ย 71.8 คะแนน

ค่าเฉลี่ยรวม

ในบางครั้งอาจมีค่าเฉลี่ยของกลุ่มย่อยๆ ถ้าต้องการทราบค่าเฉลี่ยของทั้งหมด ทำได้ดังนี้
กำหนด $x_1, x_2, \dots, x_n$ เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดที่ 1, ชุดที่ 2, ..., ชุดที่ k ตามลำดับ และ $n_1, n_2, \dots, n_k$ เป็นจำนวนค่าจากการสังเกตในข้อมูลชุดที่ 1, ชุดที่ 2, ..., ชุดที่ k ตามลำดับแล้ว

$$\begin{aligned} \text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม} &= \frac{N_1 \bar{x}_1 + N_2 \bar{x}_2 + \dots + N_k \bar{x}_k}{N_1 + N_2 + \dots + N_k} = \frac{\sum N \bar{x}}{\sum N} \\ \therefore \bar{x} &= \frac{\sum N \bar{x}}{\sum N} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 โรงเรียนแห่งหนึ่งแบ่งนักเรียนชั้น ม. 6 ออกเป็น 2 ห้อง ห้อง ก มี 30 คน ห้อง ข มี 35 คน ในการสอบวิชาหนึ่งห้อง ก มีค่าเฉลี่ย 75 คะแนน ห้อง ข มีค่าเฉลี่ย 70 คะแนน จงหาคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้งหมด

วิธีทำ $N_1 = 30, \bar{x}_1 = 75$

$N_2 = 35, \bar{x}_2 = 70$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\sum xN}{\sum N} = \frac{30(75) + 35(70)}{30 + 35} \\ \text{จาก} \quad &= \frac{2250 + 2450}{65} = 72.31 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3 นักเรียนชั้นม.4 ของร.ร.แห่ง 4 ห้อง ห้องที่ 1, 2, 3 และ 4 มีจำนวน 45, 46, 44 และ 45 คน

ตามลำดับ ผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์เฉลี่ยแต่ละห้องเป็น 62, 58, 60 และ 52 คะแนน ตามลำดับ จงหาคะแนนเฉลี่ยของทั้งหมด

วิธีทำ $N_1 = 45, N_2 = 46, N_3 = 44, N_4 = 45$
 $\bar{x}_1 = 62, \bar{x}_2 = 58, \bar{x}_3 = 60, \bar{x}_4 = 52$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{45(62) + 46(58) + 44(60) + 45(52)}{45 + 46 + 44 + 45} \\ \text{ดังนั้น} \quad &= \frac{2790 + 2668 + 2640 + 2340}{180} \\ &= \frac{10438}{180} \\ &= 57.99 \quad \text{คะแนน} \end{aligned}$$

ใบกิจกรรมที่ 3

เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้น

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ได้แจกแจงความถี่แล้ว

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$$

จากตารางแจกแจงความถี่ที่กำหนดให้ จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต

1.

คะแนน	จำนวนนักเรียน
10-14	2
15-19	3
20-24	6
25-29	4
30-34	5

2.

ส่วนสูง(ซม.)	จำนวนคน
120-129	5
130-139	9
140-149	12
150-159	20
160-169	6
170-179	5
180-189	3

ใบกิจกรรมที่ 4

เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้น

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่แจกแจงความถี่แล้ว โดยการลดทอนค่า $\bar{x} = a + ID$

1. จงหาเงินเฉลี่ยของคน 25 คน ซึ่งมีเงินดังตารางต่อไปนี้

เงิน (บาท)	จำนวนคน
11 - 30	1
31 - 50	4
51 - 70	9
71 - 90	6
91 - 110	2
111 - 130	3

2. จงหาค่าเฉลี่ยความสูงของคนจำนวน 40 คน ซึ่งมีความสูงดังตารางต่อไปนี้

ความสูง (ซม.)	จำนวนคน
118 - 126	3
127 - 135	5
136 - 144	9
145 - 153	12
154 - 162	5
163 - 171	4
172 - 180	2

แบบฝึกทักษะชุดที่ 2

เรื่อง ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้น

1. ตารางต่อไปนี้เป็นราคาสินค้าที่ได้จากร้านค้าต่างๆ จงหาค่าเฉลี่ยของราคาสินค้า

ราคา (บาท)	จำนวนร้านค้า
90-94	5
95-99	20
100-104	30
105-109	35
110-114	10

2. ตารางต่อไปนี้แสดงผลการสอบของนักเรียนโรงเรียนหนึ่ง จงหาค่าเฉลี่ยในการสอบครั้งนี้

คะแนน	จำนวนร้านค้า
34-39	1
28-33	3
22-27	7
16-21	6
10-15	4
4-9	2

3. ตารางต่อไปนี้แสดงผลการสอบของนักเรียนโรงเรียนแห่งหนึ่ง จงหาค่าเฉลี่ยในการสอบครั้งนี้

คะแนน	จำนวนน.ร.
200-249	1
250-299	0
300-349	4
350-399	8
400-449	6
450-499	17
500-549	13
550-599	8
600-649	4
650-699	2
700-749	0
750-799	1

4. จงหาเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักของข้อมูล (x) ซึ่งมีน้ำหนัก (w) ตามที่กำหนดให้

(1)

x	15	18	28	27	56
w	1	1	2	2	3

(2)

x	10	12	25	35	48	54
w	1	1	2	2	3	3

5. ครูให้น้ำหนักการสอบวิชาภาษาอังกฤษ วิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์เป็น 2,5 และ 4 ตามลำดับ สมใจ สอบทั้งสามวิชาได้คะแนน 72,83 และ 94 ตามลำดับ จงหาคะแนนเฉลี่ยของสมใจ
6. สมชายเรียนวิชาสถิติ ซึ่งตลอดภาคเรียนมีการสอบ 4 ครั้ง สองครั้งแรกมีน้ำหนักเท่ากัน และสองครั้งหลังมีน้ำหนักเท่ากันและเท่ากับสองเท่าของสองครั้งแรก ถ้าสมชายได้คะแนน 54, 58 ,70 และ 78 ตามลำดับ จงหาคะแนนเฉลี่ยของสมชาย
7. ร้านขายเนื้อสัตว์แห่งหนึ่ง ขายเนื้อสันในกิโลกรัมละ 85 บาท ขายได้ 12 กิโลกรัม ขายเนื้อสันนอก กิโลกรัมละ 65 บาท ขายได้ 10 กิโลกรัม และขายเนื้อสะโพกกิโลกรัมละ 55 บาท ขายได้ 18 กิโลกรัม อยากทราบว่าร้านขายเนื้อแห่งนี้ขายเนื้อสัตว์เฉลี่ยแล้วกิโลกรัมละเท่าใด
8. เอกวิทย์ทำข้อสอบเขาวน 4 ฉบับ โดยที่ข้อสอบฉบับที่ n มีน้ำหนักเพียงครึ่งหนึ่งของข้อสอบฉบับที่ n+1 ถ้าเอกวิทย์ใช้เวลาในการทำฉบับที่ 1,2,3 และ 4 จำนวน 85,75,60 และ 55 นาทีตามลำดับ จงหาเวลาเฉลี่ยในการทำข้อสอบของเอกวิทย์
9. ครูประกาศผลสอบวิชาสถิติของนักเรียน 3 กลุ่ม กลุ่มที่ 1,2 และ 3 มีนักเรียน 32,25 และ 17 คนตามลำดับ ซึ่งได้คะแนนเฉลี่ย 79,74 และ 82 ตามลำดับ จงหาคะแนนเฉลี่ยของนักเรียนทั้งหมด
10. มหาวิทยาลัยแห่งหนึ่งต้องจ่ายเงินเดือนให้อาจารย์เฉลี่ยแล้วคนละ 15,000 บาท ถ้าคิดเฉพาะอาจารย์ชายเฉลี่ยแล้วคนละ 15,600 บาท และถ้าคิดเฉพาะอาจารย์หญิงเฉลี่ยแล้วคนละ 12,600 บาท จงหาว่ามีอาจารย์ชายและอาจารย์หญิงเป็นจำนวนกี่เปอร์เซ็นต์
11. จากการทดสอบจับเวลาในการวิ่งระยะทาง 1500 เมตร ของนักกรีฑาจำนวน 200 คน พบว่าเวลาเฉลี่ยที่ใช้ในการวิ่งเท่ากับ 60.96 วินาที ถ้าคิดเฉพาะนักกรีฑาชาย พบว่า เวลาเฉลี่ยเท่ากับ 57.30 วินาที และเวลาเฉลี่ยของนักกรีฑาหญิงเท่ากับ 63.40 วินาที จงหาจำนวนนักกรีฑาชายและนักกรีฑาหญิง
12. น้ำหนักเฉลี่ยของนักเรียนห้องหนึ่งเท่ากับ 50.00 กิโลกรัม น้ำหนักเฉลี่ยของนักเรียนชายเท่ากับ 55.50 กิโลกรัมและน้ำหนักเฉลี่ยของนักเรียนหญิงเท่ากับ 44.50 กิโลกรัม ถ้ามีนักเรียนหญิง 20 คน จงหาจำนวนนักเรียนชาย

13. จากการตรวจนับเงินในกระเป๋านักเรียนชาย 40 คน และหญิง 60 คน พบว่ามีเงินรวมกัน 18,630 บาท และค่าเฉลี่ยของเงินของกลุ่มนักเรียนหญิง มีค่าน้อยกว่าค่าเฉลี่ยของเงินของกลุ่มนักเรียนชาย 10 บาท จงหา
 - (1) ค่าเฉลี่ยของเงินของกลุ่มนักเรียนชาย
 - (2) ค่าเฉลี่ยของเงินของกลุ่มนักเรียนหญิง
14. ถ้าค่าเฉลี่ยน้ำหนักของนักเรียน 50 คน เท่ากับ 42 กิโลกรัม ลิฟต์ตัวหนึ่งสามารถรับน้ำหนักได้อย่างมากที่สุด 200 กิโลกรัมต่อเที่ยว จงหาจำนวนเที่ยวที่น้อยที่สุดที่จะใช้ลิฟต์นำนักเรียนขึ้นไปได้ทุกคน
15. ครูรวมคะแนนสอบของนักเรียน 30 คนได้เท่ากับ 570 คะแนน ต่อมาครูทำข้อสอบของนายคำหายไป แต่เมื่อหาค่าเฉลี่ยของคะแนนของข้อสอบที่เหลือพบว่าคะแนนยังเท่าเดิม จงหาคะแนนของนายคำ
16. กำหนดข้อมูล (x) ดังนี้ 11, 13, 13, 14, 17, 17, 17, 18
 - (1) จงหาจำนวนจริง a ที่ทำให้ $\sum (x - a) = 0$
 - (2) จงหาจำนวนจริง a ที่ทำให้ $\sum (x - a)^2$ น้อยที่สุด
 - (3) จงหาจำนวน ที่น้อยที่สุดของทำให้ $\sum (x - a)^2$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงใดๆ
17. กำหนดข้อมูล (x) ดังนี้ 5, 3, 6, 5, 4, 5, 2, 8, 6, 5, 4, 8, 3, 4, 5, 4, 8, 2, 5, 4 จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูล (y) ซึ่งมีเงื่อนไขดังนี้
 - (1) $y = 2x + 4$
 - (2) $y = \frac{1}{2}x + 5.6$
18. พ่อค้า 12 ราย ซื้อสินค้าชนิดหนึ่งในราคาต่างๆกันดังนี้ 72, 68, 80, 70, 85, 80, 75, 78, 82, 86, 79, 69 ถ้าพ่อค้าแต่ละคนตั้งราคาขายสินค้าชิ้นนี้ให้มีราคาต่ำกว่าสองเท่าของราคาซื้อ 20 บาท จงหาค่าเฉลี่ยของราคาขายของพ่อค้าทั้ง 12 คน
19. การวัดความสูงของนักเรียนสามคนมีความสูงเฉลี่ยเท่ากับ 153 ซม. ต่อมาทราบว่าเครื่องวัดความสูงมีความคลาดเคลื่อนคือวัดเกินไป 1 ซม. ถ้านักเรียนสูงเท่ากันสองคนและคนที่สูงที่สุดจะสูงกว่าคนอื่น 15 ซม. จงหาความสูงที่แท้จริงของนักเรียนทั้งสามคน

ใบความรู้ที่ 5
เรื่อง ค่ามัธยฐานของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาค่ามัธยฐานของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ ตัวอย่าง แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู

มัธยฐาน (Median)

มัธยฐานของข้อมูลชุดใดชุดหนึ่ง เป็นค่าที่อยู่กึ่งกลางของข้อมูลชุดนั้น เมื่อจัดเรียงข้อมูลจากน้อยที่สุดไปมากที่สุด สัญลักษณ์ที่ใช้แทนมัธยฐาน คือ Med

มัธยฐานของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

1) ถ้าข้อมูลมีจำนวนเป็นจำนวนคี่ มัธยฐาน คือ ค่าของข้อมูลที่อยู่กึ่งกลาง เมื่อเรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก หรือจากมากไปน้อยเมื่อมีข้อมูล N ค่า เช่น $x_1, x_2, \dots, x_N$ เป็นข้อมูลตัวที่หนึ่งถึงตัวที่ N ที่เรียงจากน้อยไปมาก ดังนั้น มัธยฐาน คือ ข้อมูลที่ตรงกับตำแหน่งที่ $X_{\frac{N+1}{2}}$

ตัวอย่างที่ 1 ในการสอบวิชาภาษาไทยของนักเรียน 19 คน คะแนนเต็ม 10 คะแนน ปรากฏว่านักเรียนได้คะแนนซึ่งเรียงจากน้อยไปมากได้ดังนี้ 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 9, 9
มีคะแนนผลการสอบซ่อม 11 ค่า เมื่อเรียงคะแนนจากน้อยไปมากจะมี

$$\text{มัธยฐานในตำแหน่งที่ } X_{\frac{19+1}{2}} = \text{มัธยฐานในตำแหน่งที่ } x_{10}$$

$$\text{นั่นคือ มัธยฐาน} = 6$$

2) ถ้าข้อมูลมีจำนวนเป็นจำนวนคู่และเรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก มัธยฐาน คือ ค่าที่ได้จากผลบวกของข้อมูลที่อยู่ตรงกลางสองค่าหารด้วยสอง นั่นคือ เมื่อเรียงข้อมูลจากน้อยไปมากได้ $x_1, x_2, \dots, x_N$ เป็นข้อมูลตัวที่หนึ่งถึงตัวที่ N

$$\text{ดังนั้นมัธยฐาน คือ} = \frac{\frac{X_N + X_{N+1}}{2}}{2}$$

ตัวอย่างที่ 2 ในการสอบวิชาสุขศึกษามีคะแนนเต็ม 10 คะแนน ปรากฏว่านักเรียน 14 คน ได้คะแนนเรียงจากน้อยไปมากได้ ดังนี้ 2, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 7, 7, 7, 8, 8, 9

เนื่องจากมีคะแนนจากการสอบ 14 ค่า เมื่อเรียงคะแนนจากน้อยไปมากจึงมี

$$\begin{aligned} \text{มัธยฐาน คือ} &= \frac{\frac{X_{14} + X_{14+1}}{2}}{2} = \frac{X_7 + X_8}{2} \\ &= \frac{5 + 6}{2} = 5.5 \\ \text{ดังนั้น มัธยฐาน} &= 5.5 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3 นักเรียน 10 คน ทำแบบทดสอบวิชาคณิตศาสตร์ ได้คะแนนดังนี้ 31, 63, 79, 40, 68, 39, 89, 62, 33, 48 จงหามัธยฐานของคะแนนสอบนี้

วิธีทำ เรียงคะแนนจากน้อยไปมากได้ดังนี้ 31, 33, 39, 40, 48, 62, 63, 68, 79, 89

เนื่องจาก มีคะแนนจากการทดสอบ 10 ค่า ซึ่งเป็นจำนวนคู่ เมื่อเรียงคะแนนจากน้อยไปมาก

มัธยฐาน คือ ค่าเฉลี่ยของคะแนนสองค่าที่อยู่ตรงกลาง ดังนั้น

$$\text{มัธยฐาน} = \frac{48+62}{2} = 55$$

ตัวอย่างที่ 4 จากการสำรวจเบอร์รองเท้าของ นักเรียนชาย ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 15 คน ปรากฏว่า ได้เบอร์ รองเท้าของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรียงตามขนาดจากเล็กไปใหญ่ดังนี้

เบอร์รองเท้า 144, 145, 145, 146, 146, 147, 147, 150, 151, 152, 155, 156, 157, 157, 157

จงหามัธยฐานของเบอร์รองเท้าของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

วิธีทำ เบอร์รองเท้าเรียงตามขนาดจากเล็กไปใหญ่ คือ

144, 145, 145, 146, 146, 147, 147, 150, 151, 152, 155, 156, 157, 157, 157

เนื่องจาก เบอร์รองเท้าที่อยู่กึ่งกลางคือ 150

ดังนั้น มัธยฐานคือ 150

ใบความรู้ที่ 6
เรื่อง ค่ามัธยฐานข้อมูลที่แจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้น

ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาค่ามัธยฐานข้อมูลที่แจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้นได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ ตัวอย่าง แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู

มัธยฐานของข้อมูลที่แจกแจงความถี่ มีขั้นตอนดังนี้

1. หาความถี่สะสม
2. หาดำแหน่งของมัธยฐาน ซึ่งถ้าข้อมูลมี N จำนวน มัธยฐานจะอยู่ในตำแหน่ง $\frac{N}{2}$
3. หาค่ามัธยฐานโดยการเทียบค่า ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 5 ผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 67 คนนำเสนอด้วยตารางแจกแจงความถี่ดังนี้

คะแนน	ความถี่ (คน)
40 – 42	4
43 – 45	10
46 – 48	14
49 – 51	18
52 – 54	12
55 – 57	6
58 – 60	3
รวม	67

จงหาค่ามัธยฐานของคะแนนผลสอบของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 นี้

วิธีทำ มัธยฐานของค่าที่แจกแจงความถี่ คือ ค่าของข้อมูลที่มีข้อมูลที่ต่ำกว่าค่านี้อยู่ร้อยละ 50 ซึ่งค่านี้

อยู่ ณ ตำแหน่ง $\frac{N}{2} = 33.5$

ดังนั้น ต้องการความถี่สะสมและเทียบอัตราส่วน

คะแนน	ความถี่ (คน)	ความถี่สะสม
40 – 42	4	4
43 – 45	10	14
46 – 48	14	28
49 – 51	18	46
52 – 54	12	58
55 – 57	6	64
58 – 60	3	67

ตำแหน่งที่ 33.5 อยู่ในอันตรภาคชั้น 49 - 51 ซึ่งในอันตรภาคชั้นนี้ มีความถี่เป็น 18 และความกว้างของอันตรภาคชั้นเป็น $51.5 - 48.5 = 3$ จึงใช้วิธีเทียบอัตราส่วน ดังนี้

$$\begin{array}{llll} \text{ความถี่สะสมเพิ่มขึ้น} & 46 - 28 & = & 18 \\ \text{ในขณะที่คะแนนเพิ่มขึ้น} & 51.5 - 48.5 & = & 3 \text{ คะแนน} \\ \text{ความถี่สะสมเพิ่มขึ้น} & 33.5 - 28 & = & 5.5 \\ \text{ในขณะที่คะแนนเพิ่มขึ้น} & \frac{3 \times 5.5}{18} & \approx & 0.92 \text{ คะแนน} \\ \text{ดังนั้น มัธยฐาน} & = 48.5 + 0.92 & = & 49.42 \text{ คะแนน} \end{array}$$

3. ถ้าตำแหน่งมัธยฐานตรงกับความถี่สะสมชั้นใด ถือว่าขอบบนของชั้นนั้นเป็นค่ามัธยฐาน

4. ถ้าตำแหน่งมัธยฐานไม่ตรงกับความถี่สะสมชั้นใด ถือว่าค่ามัธยฐานอยู่ในชั้นที่ตรงกับความถี่สะสมที่มีค่าสูงกว่าค่า $\frac{N}{2}$ และหาค่ามัธยฐานได้จากสูตร

$$\begin{array}{lcl} \text{มัธยฐาน} & = & L + \left(\frac{\frac{N}{2} - \sum f_L}{f_M} \right) I \quad \text{หรือ} \\ \text{มัธยฐาน} & = & U - \left(\frac{\sum f_U - \frac{N}{2}}{f_M} \right) I \end{array}$$

เมื่อ L และ U เป็นขอบล่าง และขอบบนของชั้นที่มีมัธยฐานอยู่ ตามลำดับ

$\sum f_L$ และ $\sum f_U$ เป็นความถี่สะสมของชั้นที่ต่ำกว่าและสูงกว่าชั้นที่มีมัธยฐานอยู่ ตามลำดับ
 f_M ความถี่ชั้นที่มีมัธยฐานอยู่

ตัวอย่างที่ 6 ผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 67 คน นำเสนอด้วยตารางแจกแจงความถี่ดังนี้

คะแนน	ความถี่ (คน)
40 - 42	4
43 - 45	10
46 - 48	14
49 - 51	18
52 - 54	12
55 - 57	6
58 - 60	3
รวม	67

จงหาค่ามัธยฐานของคะแนนผลการสอบของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 นี้

วิธีทำ มัธยฐานของค่าที่แจกแจงความถี่ คือ ค่าของข้อมูลที่มีข้อมูลที่ต่ำกว่าค่านี้อยู่ร้อยละ 50 ซึ่งค่านี้
อยู่ ณ ตำแหน่ง $\frac{N}{2} = 33.5$
ดังนั้น ต้องการความถี่สะสมและเทียบอัตราส่วน

คะแนน	ความถี่ (คน)	ความถี่สะสม
40 - 42	4	4
43 - 45	10	14
46 - 48	14	28
49 - 51	18	46
52 - 54	12	58
55 - 57	6	64
58 - 60	3	67

ตำแหน่งที่ 33.5 อยู่ในอันตรภาคชั้น 49 - 51 ซึ่งในอันตรภาคชั้นนี้ มีความถี่เป็น 18 และความกว้างของอันตรภาคชั้นเป็น $51.5 - 48.5 = 3$ จึงใช้วิธีเทียบอัตราส่วน ดังนี้

ความถี่สะสมเพิ่มขึ้น $46 - 28 = 18$ ในขณะที่คะแนนเพิ่มขึ้น $51.5 - 48.5 = 3$ คะแนน

ความถี่สะสมเพิ่มขึ้น $33.5 - 28 = 5.5$ ในขณะที่คะแนนเพิ่มขึ้น $\frac{3 \times 5.5}{18} \approx 0.92$

คะแนน

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น มัธยฐาน} &= 48.5 + 0.92 \quad \text{คะแนน} \\ &= 49.42 \quad \text{คะแนน} \end{aligned}$$

การหามัธยฐานของข้อมูลแจกแจงความถี่โดยใช้สูตร

$$\text{มัธยฐาน} = L + \left(\frac{\frac{N}{2} - \sum f_L}{f_M} \right) I$$

จงหาตัวอย่างที่ 6 หามัธยฐานจากสูตรได้ดังนี้

L เป็นขีดจำกัดล่างของอันตรภาคชั้นที่มีมัธยฐานอยู่ = 48.5

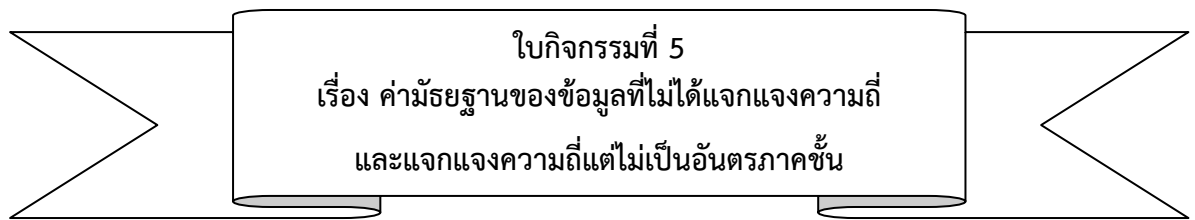
N เป็นผลรวมของความถี่ = 67

$\sum f_L$ เป็นผลบวกของความถี่ของทุกชั้น (ความถี่สะสม) ก่อนชั้นที่มีมัธยฐานอยู่ = 28

f_M เป็นความถี่ของอันตรภาคชั้นที่มีมัธยฐานอยู่ = 18

I เป็นความกว้างของอันตรภาคชั้น = 3

$$\begin{aligned} \text{จะได้ มัธยฐาน} &= 48.5 + \frac{3}{8} (67 - 28) \\ &= 48.5 + 0.92 = 49.42 \end{aligned}$$



คำชี้แจง ให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

1) จงหามัธยฐานของข้อมูลต่อไปนี้

1. 3 4 5 3 7 8 6 10 6

2. 12 9 16 11 14 8 17 9

2) จงหามัธยฐานของคะแนนสอบของนักเรียน 45 คน

คะแนน	20	23	25	27	29
จำนวน นร.	5	14	21	3	2

3) จงหามัธยฐานของน้ำหนักของนักเรียน 100 คน

น้ำหนัก(กก.)	33	35	36	39	41	44	48
จำนวน นร.	11	10	19	10	16	20	14

ใบกิจกรรมที่ 6
เรื่อง ค่ามัธยฐานของข้อมูลที่แจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้น

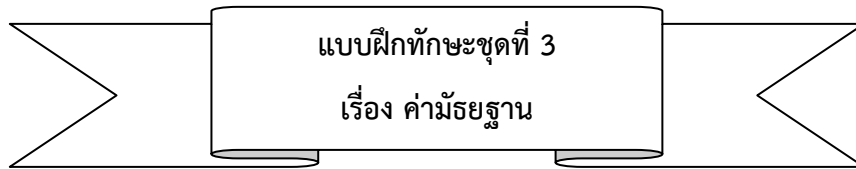
คำชี้แจง ให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

1) จงหามัธยฐานของข้อมูลต่อไปนี้

คะแนน	จำนวน นร.
30 – 39	1
40 – 49	3
50 – 59	11
60 – 69	21
70 – 79	43
80 – 89	32
90 – 99	9

2) จงหามัธยฐานของอายุหลอดไฟ จำนวน 40 ดวง จากตารางแจกแจงความถี่ต่อไปนี้

อายุ (ชั่วโมง)	จำนวน
118-122	2
123-127	8
128-132	15
133-137	11
138-142	3
143-147	1



1) จงหามัธยฐานของข้อมูลต่อไปนี้

1. 84, 91, 72, 68, 87, 78
2. 23, 26, 24, 23, 30, 23, 27
3. 0, 8, -100, 72, 9, -6, 45, 12, -2, 4
4. 2, 8, 9, 14, -6, -3, -8
5. 19, 13, 20, 22, 19, 17, 9, 10, 19, 13, 23, 15

2) จงหามัธยฐานของข้อมูลจากตารางต่อไปนี้

x	8	10	15	20	24	30
f	3	5	12	10	6	4

3) จงหามัธยฐานของข้อมูลจากตารางต่อไปนี้

x	93	82	71	60	49	38	27
f	8	7	12	13	20	10	5

4) จงหามัธยฐานของความสูงของคน 40 คน จากตารางต่อไปนี้

ความสูง (ซม.)	จำนวน
118 - 126	3
127 - 135	5
136 - 144	9
145 - 153	12
154 - 162	5
163 - 171	4
172 - 180	2

5) จงหามัธยฐานของข้อมูลต่อไปนี้

อันตรภาคชั้น	ความถี่
29 - 31	2
26 - 28	11
23 - 25	9
20 - 22	6
17 - 19	4
14 - 16	3

ใบความรู้ที่ 7
เรื่อง ฐานนิยมของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่และหาฐานนิยมจากกราฟ

ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถหา ค่าฐานนิยมของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่และหาฐานนิยมจากกราฟได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ ตัวอย่าง แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู

ฐานนิยม (Mode)

ฐานนิยมของข้อมูลชุดหนึ่งเป็นข้อมูลที่ปรากฏบ่อยที่สุดหรือกล่าวว่ามีค่าที่สูงที่สุด สัญลักษณ์ที่ใช้แทนฐานนิยม คือ Mod

ตัวอย่างที่ 1 สํารวจเบอร์รองเท้าที่นักเรียนชายชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 20 คนใช้ ปรากฏว่า ได้ข้อมูลของเบอร์รองเท้าดังนี้ 44 46 44 47 46 47 46 47 44 47 46 47 43 47 45 49 45 47 44 45

วิธีทำ สำหรับข้อมูลชุดนี้ 43 ปรากฏ 1 ครั้ง 44 ปรากฏ 4 ครั้ง 45 ปรากฏ 3 ครั้ง 46 ปรากฏ 4 ครั้ง 47 ปรากฏ 7 ครั้ง 49 ปรากฏ 1 ครั้ง

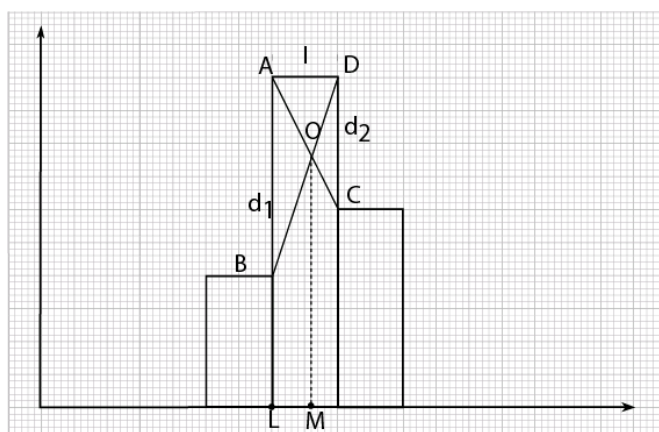
ดังนั้น ฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้ = 47

ในการหาฐานนิยมในตัวอย่างข้างต้นทำได้โดยง่าย เนื่องจากสามารถนับจำนวนครั้งของข้อมูลแต่ละค่าที่ปรากฏบ่อยที่สุด

ถ้าจะหาค่าฐานนิยมจากตารางแจกแจงความถี่ เนื่องจากเราไม่ทราบข้อมูลอย่างแท้จริง เราทราบแต่เพียงว่าข้อมูลใดตกในอันตรภาคชั้นใดหรือเราทราบว่าอันตรภาคชั้นใดมีความถี่สูงสุด

หนังสือบางเล่มกำหนดฐานนิยม คือค่ากึ่งกลางของชั้นที่มีความถี่สูงสุด ซึ่งค่านี้เป็นค่าประมาณใกล้เคียงค่าฐานนิยมที่ได้จากการวัดที่แท้จริง

ฐานนิยมจากกราฟ



ให้รูปข้างบนนี้แสดงอันตรภาคชั้นสามอันตรภาคชั้น คือ ชั้นที่ต่ำกว่าชั้นที่มีฐานนิยมตกอยู่ ชั้นที่มีฐานนิยมตกอยู่ และชั้นที่สูงกว่าชั้นที่มีฐานนิยมตกอยู่

- ให้
- L เป็นขอบล่างของชั้นที่ฐานนิยมตกอยู่
 - d_1 คือ ผลต่างของความถี่ชั้นที่มีฐานนิยมกับชั้นที่ต่ำกว่า
 - d_2 คือ ผลต่างของความถี่ชั้นที่มีฐานนิยมกับชั้นที่สูงกว่า
 - I คือ ความกว้างของอันตรภาคชั้นที่มีฐานนิยมตกอยู่

สร้าง ลากเส้น AC และเส้น BD ตัดกันได้จุดตัด O

จาก O ลากเส้นตั้งฉากกับแกนนอน ตัดแกนนอนที่ M จะได้ ค่าข้อมูลที่จุด M เป็นค่าฐานนิยม

ใบกิจกรรมที่ 7
เรื่อง รฐานนิยมจากกราฟ

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 2 ผลการวัดส่วนสูงเป็นเซนติเมตรของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 68 คน เขียนเป็นตารางแจกแจงความถี่ได้ดังตารางจงหาฐานนิยมของความสูงเป็นเซนติเมตรของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 นี้ อย่างประมาณ และจากกราฟ

ความสูง (เซนติเมตร)	ความถี่ (คน)
140 - 144	4
145 - 149	8
150 - 154	14
155 - 159	16
160 - 164	24
165 - 169	13
170 - 174	9
175 - 179	7
180 - 184	3
รวม	98

ใบความรู้ที่ 8
เรื่อง ฐานนิยมของข้อมูลที่แจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้น

ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาค่าฐานนิยมข้อมูลที่แจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้นได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ ตัวอย่าง แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู
ฐานนิยมจากสูตร

สูตรการหาฐานนิยม ดังนี้

$$\text{Mod} = L + I \left(\frac{d_1}{d_2 + d_1} \right)$$

เมื่อ Mod คือ ฐานนิยม

L คือ ขอบล่างของชั้นที่มีฐานนิยม

I คือ ความกว้างของอันตรภาคชั้นที่มีฐานนิยม

d_1 คือ ผลต่างของความถี่ชั้นที่มีฐานนิยมกับชั้นที่ต่ำกว่า

d_2 คือ ผลต่างของความถี่ชั้นที่มีฐานนิยมกับชั้นที่สูงกว่า

ตัวอย่างที่ 1 ผลการวัดส่วนสูงเป็นเซนติเมตรของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 68 คน เขียนเป็นตารางแจกแจงความถี่ได้ดังตารางจงหาฐานนิยมของความสูงเป็นเซนติเมตรของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 นี้

ความสูง (เซนติเมตร)	ความถี่ (คน)
140 - 144	4
145 - 149	8
150 - 154	14
155 - 159	16
160 - 164	24
165 - 169	13
170 - 174	9
175 - 179	7
180 - 184	3
รวม	98

วิธีทำ $\text{Mod} = L + I \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2} \right)$

L คือ ขอบล่างของชั้นที่มีฐานที่มีฐานนิยมตกอยู่ = 159.5

I คือ ความกว้างของอันตรภาคชั้นที่มีฐานนิยม = 5

d_1 คือ ผลต่างของความถี่ชั้นที่มีฐานนิยมกับชั้นที่ต่ำกว่า
 = 24 - 16 = 8

d_2 คือ ผลต่างของความถี่ชั้นที่มีฐานนิยมกับชั้นที่สูงกว่า
 = 24 - 13 = 11

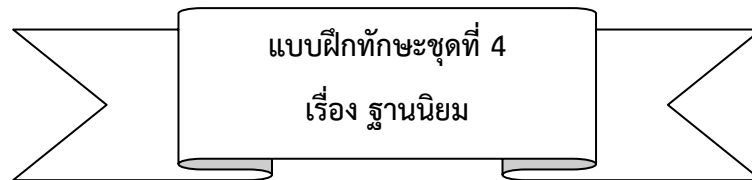
$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น Mod} &= 159.5 + 5 \left(\frac{8}{8+11} \right) \\ &= 159.5 + 2.11 \\ &= 161.61 \end{aligned}$$

ใบกิจกรรมที่ 8
เรื่อง ฐานนิยมของข้อมูลที่แจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้น

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

- 1 จงหาฐานนิยมของข้อมูลต่อไปนี้อย่างประมาณ ฐานนิยมจากกราฟ และฐานนิยมจากสูตร

อันตรภาคชั้น	ความถี่
1 - 10	3
11 - 20	4
21 - 30	6
31 - 40	7
41 - 50	5
51 - 60	3



1) จงหาฐานนิยมของข้อมูลต่อไปนี้

1. 3, 5, 2, 6, 5, 9, 5, 2, 8, 6
2. 4, 2, 3.6, 2.9, 2.5, 4.2, 2.9, 3.6, 2.9

2) การสอบวิชาภาษาอังกฤษของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 20 คน คะแนน เต็ม 30 คะแนน

นักเรียนได้คะแนนดังนี้

23	24	17	18	26	25	28	12	21		
24	25	23	26	28	24	27	26	22	10	26

3) จงหาฐานนิยมของข้อมูลต่อไปนี้

x	8	10	15	20	24	30
f	7	9	12	10	6	3

4) จงหาฐานนิยมของข้อมูลต่อไปนี้อย่างประมาณ และจากสูตร

อันตรภาคชั้น	ความถี่
29 - 31	3
26 - 28	7
23 - 25	13
20 - 22	5
17 - 19	4
14 - 16	3

5) จงหาฐานนิยมของข้อมูลต่อไปนี้

คะแนน	ความถี่ (f_i)
46 - 50	4
51 - 55	8
56 - 60	14
61 - 65	11
66 - 70	6
71 - 75	3

ใบความรู้ที่ 9
เรื่อง ค่าเฉลี่ยเรขาคณิต

ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถค่าเฉลี่ยเรขาคณิตของข้อมูลที่กำหนดให้ได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ ตัวอย่าง แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู

ค่าเฉลี่ยเรขาคณิต

ถ้า $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$ เป็นข้อมูล N จำนวนซึ่งเป็นจำนวนบวกทุกจำนวนและไม่มีจำนวนใดเป็นศูนย์

ค่าเฉลี่ยเรขาคณิต $G.M. = \sqrt[N]{x_1 x_2 x_3 \dots x_N}$

ในกรณีที่ x_i มีความถี่ f_i และ $\sum_{i=1}^k f_i = N$

$$G.M. = \sqrt[N]{x_1^{f_1} \cdot x_2^{f_2} \cdot x_3^{f_3} \dots x_k^{f_k}}$$

เพื่อความสะดวกในการคำนวณจะใช้ลอการิทึมช่วย โดยที่

ค่าเฉลี่ยเรขาคณิตข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ จะได้ $\text{Log } G.M. = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \log x_i$

ค่าเฉลี่ยเรขาคณิตข้อมูลที่ได้แจกแจงความถี่แล้ว จะได้ $\text{Log } G.M. = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k f_i \log x_i$

เมื่อ x_i แทนจุดกึ่งกลางชั้นของอันตรภาคชั้นที่ i โดยที่ i คือ 1, 2, 3, ... , k

f_i แทนความถี่ของข้อมูลอันตรภาคชั้นที่ i และ k แทนจำนวนอันตรภาคชั้น

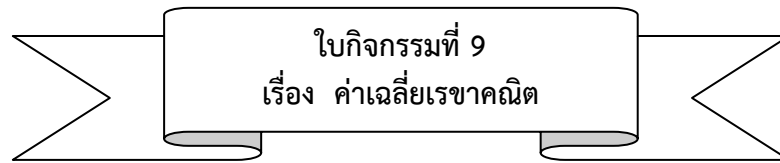
ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าเฉลี่ยเรขาคณิตของ 7.96, 13.82, 22.95, 35.34, 36.54, 32.23, 30.65, 33.46, 31.21, 35.83, 32.16, 33.87, 30.82, 34.26, 35.82 เมื่อกำหนด $\log 7.96 = 0.9009$, $\log 13.82 = 1.1405$, $\log 22.95 = 1.3608$, $\log 35.34 = 1.5483$, $\log 36.54 = 1.5628$, $\log 32.23 = 1.5083$, $\log 30.65 = 1.4864$, $\log 33.46 = 1.5245$, $\log 31.21 = 1.4943$, $\log 35.83 = 1.5543$, $\log 32.16 = 1.5073$, $\log 33.87 = 1.5298$, $\log 30.82 = 1.4895$, $\log 34.26 = 1.5348$, $\log 35.82 = 1.5541$

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \text{Log } G.M. &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \log x_i = \frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} \log x_i \\ &= \frac{21.6966}{15} = 1.44644 \end{aligned}$$

$$G.M. \sim 27.95$$

ดังนั้นค่าเฉลี่ยเรขาคณิตของข้อมูลชุดนี้คือ 27.95



คำชี้แจง ให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

1) จงหาค่าเฉลี่ยเรขาคณิตของข้อมูล 2 4 8 16 32

2) จงหาค่าเฉลี่ยเรขาคณิตของข้อมูล 3 5 6 6 7 10 12

3) จงหาค่าเฉลี่ยเรขาคณิตของข้อมูลในตารางต่อไปนี้

ข้อมูล(x)	ความถี่(f)	$\log x$
8	2	0.9051
10	3	1.0000
12	5	1.0792
15	4	1.1761
20	2	1.3010

ใบความรู้ที่ 10
เรื่อง ค่าเฉลี่ยฮาร์โมนิก

ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถค่าเฉลี่ยฮาร์โมนิก ข้อมูลที่กำหนดให้ได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ ตัวอย่าง แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู

ค่าเฉลี่ยฮาร์โมนิก

ถ้า $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$ เป็นข้อมูล N จำนวนซึ่งเป็นจำนวนบวกทุกจำนวนและไม่มีจำนวนใดเป็นศูนย์

$$\text{ค่าเฉลี่ยฮาร์โมนิก H.M.} = \frac{1}{\frac{1}{N} \left\{ \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_N} \right\}} = \frac{N}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{x_i}}$$

ในกรณีที่ x_i มีความถี่ f_i และ $\sum_{i=1}^k f_i = N$

$$\text{ค่าเฉลี่ยฮาร์โมนิก H.M.} = \frac{1}{\frac{1}{N} \left\{ \frac{f_1}{x_1} + \frac{f_2}{x_2} + \frac{f_3}{x_3} + \dots + \frac{f_k}{x_k} \right\}} = \frac{N}{\sum_{i=1}^k \frac{f_i}{x_i}}$$

เมื่อ x_i แทนจุดกึ่งกลางชั้นของอันตรภาคชั้นที่ i โดยที่ i คือ $1, 2, 3, \dots, k$

f_i แทนความถี่ของข้อมูลอันตรภาคชั้นที่ i และ k แทนจำนวนอันตรภาคชั้น

ตัวอย่างที่ 1 จงหาค่าเฉลี่ยฮาร์โมนิกของข้อมูล 2, 4, 8

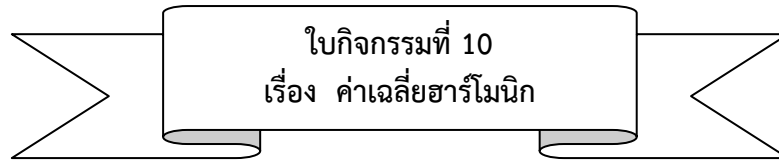
วิธีทำ

$$\begin{aligned} \text{H.M.} &= \frac{N}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{x_i}} \\ &= \frac{3}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}} \\ &= \frac{3}{\frac{4+2+1}{8}} \\ &= \frac{24}{7} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่าเฉลี่ยฮาร์โมนิกของข้อมูล 2, 7, 3, 8, 14

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \text{H.M.} &= \frac{5}{\frac{1}{2} + \frac{1}{7} + \frac{1}{3} + \frac{1}{8} + \frac{1}{14}} \\ &= \frac{1680}{394} \\ &= 4.26 \end{aligned}$$



คำชี้แจง ให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

1) จงหาค่าเฉลี่ยเรขาคณิต และค่าเฉลี่ยฮาร์โมนิก ของข้อมูล 2, 3, 4, 4, 5, 6, 5, 4, 4

2) จงหาค่าเฉลี่ยฮาร์โมนิก ของข้อมูล

x	1	2	3	4	5
f	2	4	3	2	3

แบบฝึกทักษะชุดที่ 5
เรื่อง ค่าเฉลี่ยเรขาคณิตและค่าเฉลี่ยฮาร์โมนิก

1) จงหาค่าเฉลี่ยเรขาคณิตของข้อมูล

1. 4, 6, 6, 9
2. 20, 25, 16, 20
3. 4, 10, 25, 20, 2, 25
4. 15, 5, 135, 45
5. 3, 5, 8, 3, 7, 2

2) จงหาค่าเฉลี่ยเรขาคณิตของข้อมูล

x	1	2	3	4	5
f	2	3	1	2	3

3) จงหาค่าเฉลี่ยเรขาคณิตของข้อมูล

x	3	6	9	12	15
f	1	2	3	2	2

4) จงหาค่าเฉลี่ยฮาร์โมนิก ของข้อมูล

1. 3, 5, 6, 6, 7, 10, 12
2. 1, 3, 5, 7, 9
3. 2, 4, 2, 4, 8, 8, 16
4. 5, 10, 15, 20, 25, 30

5) จงหาค่าเฉลี่ยฮาร์โมนิก ของข้อมูล

x	2	4	6	8	10
f	4	6	12	16	5

6) จงหาค่าเฉลี่ยฮาร์โมนิก ของข้อมูล

x	4	6	8	10	12
f	6	9	12	15	18

ใบความรู้ที่ 11
เรื่อง Q_r, D_r, P_r ข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ ตัวอย่าง แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู

การวัดตำแหน่งที่ของข้อมูล

ในการศึกษาสถิติเรามักสนใจว่าข้อมูลที่เราศึกษามีการกระจายมากน้อยเพียงใด แต่การกล่าวถึงการกระจายในหลายๆแบบ มักเกี่ยวข้องกับการวัดตำแหน่งที่ของข้อมูล ดังนั้นในตอนนี้จะได้อธิบายถึงการวัดตำแหน่งที่ของข้อมูลเสียก่อน

บังอรบอกคุณพ่อว่า เธอแข่งขันตอบปัญหาชิงรางวัลได้อันดับที่ 3

จากข้อมูลข้างต้นเราไม่สามารถบอกได้ว่าบังอรเก่งมากน้อยเพียงใด เพราะไม่ทราบว่าผู้เข้าแข่งขันกี่คน บังอรอยู่ในลำดับที่เท่าไร

เพื่อให้การบอกตำแหน่งที่ของข้อมูลมีความหมายสามารถบอกได้ว่าตำแหน่งนั้นดีมากน้อยเพียงใดในกลุ่ม เราจะใช้ควอร์ไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ เพื่อบอกตำแหน่งของข้อมูลดังจะกล่าวต่อไปนี้

ควอร์ไทล์ เดไซล์ เปอร์เซ็นต์ไทล์ ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

เมื่อนำข้อมูลชุดหนึ่งมาเรียงค่าจากน้อยไปมากค่าที่ตรงกับจุด 3 จุดที่แบ่งข้อมูลออกเป็น 4 ส่วน โดยที่แต่ละส่วนมีจำนวนข้อมูลเท่าๆ กัน เรียกค่าที่ตรงกับจุด 3 จุดนี้ว่า ควอร์ไทล์ที่หนึ่ง (Q_1) ควอร์ไทล์ที่สอง (Q_2) ควอร์ไทล์ที่สาม (Q_3) ตามลำดับ

ดังนั้น ควอร์ไทล์ที่หนึ่ง เป็นค่าที่มีจำนวนข้อมูลน้อยกว่าค่านี้อยู่ประมาณหนึ่งในสี่ของข้อมูลทั้งหมด หรือร้อยละ 25

ดังนั้น ควอร์ไทล์ที่สอง เป็นค่าที่อยู่กึ่งกลางของข้อมูลที่เรียงแล้ว ดังนั้นควอร์ไทล์ที่สองคือมัธยฐานนั่นเอง หรือมีจำนวนข้อมูลน้อยกว่าค่านี้อยู่ประมาณสองในสี่ของข้อมูลทั้งหมด หรือร้อยละ 50

ดังนั้น ควอร์ไทล์ที่สาม เป็นค่าที่มีจำนวนข้อมูลน้อยกว่าค่านี้อยู่ประมาณสามในสี่ของข้อมูลทั้งหมด หรือร้อยละ 75

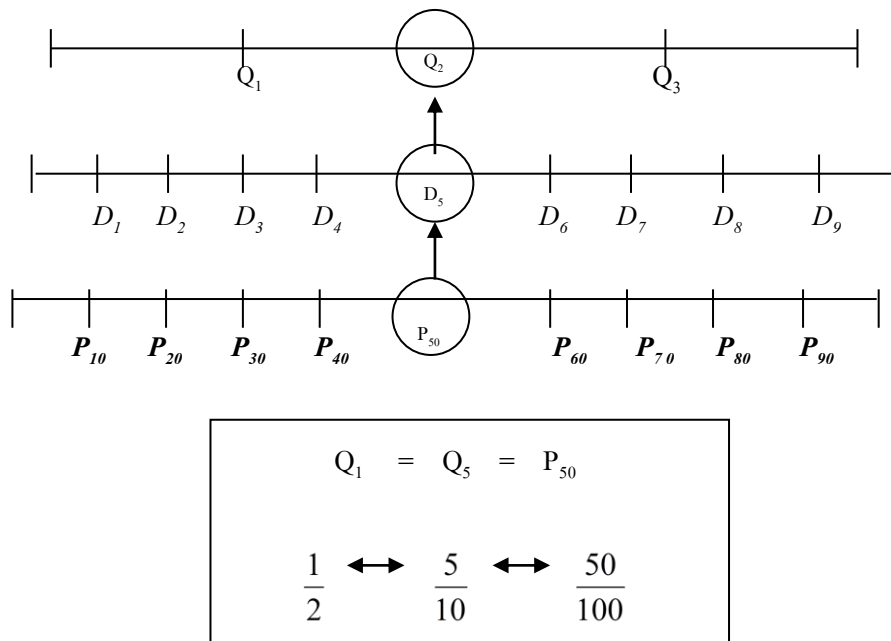
เมื่อนำข้อมูลชุดหนึ่งมาเรียงค่าจากน้อยไปมากค่าที่ตรงกับจุด 9 จุดที่แบ่งข้อมูลออกเป็น 10 ส่วน โดยที่แต่ละส่วนมีจำนวนข้อมูลเท่าๆ กัน เรียกค่าที่ตรงกับจุด 9 จุดนี้ว่า เดไซล์ที่หนึ่ง (D_1) เดไซล์ที่สอง (D_2) เดไซล์ที่สาม (D_3) ... เดไซล์ที่เก้า (D_9) ตามลำดับ

ในทำนองเดียวกัน เดไซล์ที่หนึ่ง (D_1) เป็นค่าที่มีจำนวนข้อมูลน้อยกว่าค่านี้อยู่ประมาณหนึ่งในสิบของข้อมูลทั้งหมด หรือร้อยละ 10 เดไซล์ที่เก้า (D_9) เป็นค่าที่มีจำนวนข้อมูลน้อยกว่าค่านี้อยู่ประมาณเก้าในสิบของข้อมูลทั้งหมด หรือร้อยละ 90

และเมื่อนำข้อมูลชุดหนึ่งมาเรียงค่าจากน้อยไปมากค่าที่ตรงกับจุด 99 จุดที่แบ่งข้อมูลออกเป็น 100 ส่วน โดยที่แต่ละส่วนมีจำนวนข้อมูลเท่าๆ กัน เรียกค่าที่ตรงกับจุด 99 จุดนี้ว่า เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่หนึ่ง (P_1) เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่สอง (P_2) เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่สาม (P_3)...และเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่เก้าสิบเก้า (P_{99}) ตามลำดับ

ในทำนองเดียวกัน เปอร์เซ็นไทล์ที่หนึ่ง (P_1) เป็นค่าที่มีจำนวนข้อมูลน้อยกว่าค่าที่อยู่ประมาณหนึ่งในร้อยของข้อมูลทั้งหมด หรือร้อยละ 1 เปอร์เซ็นไทล์ที่เก้าสิบเก้า (P_{99}) เป็นค่าที่มีจำนวนข้อมูลน้อยกว่าค่าที่อยู่ประมาณเก้าสิบเก้าในร้อยของข้อมูลทั้งหมด หรือร้อยละ 99

การเปรียบเทียบตำแหน่งที่ของข้อมูลที่เป็นข้อมูลชุดเดียวกัน



ควอร์ไทล์ เดซิล์ เปอร์เซ็นไทล์ ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่
มีลำดับขั้นตอนการหาดังนี้

1. เรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปหามากหรือจากมากไปหาน้อย
1. หาดำแหน่งของ Q_r , D_r , P_r โดยถ้าข้อมูลมี N จำนวน
 ตำแหน่งของ $Q_r = \frac{r(N+1)}{4}$ เมื่อ $r = 1, 2, 3$
 ตำแหน่งของ $D_r = \frac{r(N+1)}{10}$ เมื่อ $r = 1, 2, 3, \dots, 9$
 ตำแหน่งของ $P_r = \frac{r(N+1)}{100}$ เมื่อ $r = 1, 2, 3, \dots, 99$
3. หาค่าของของ Q_r , D_r , P_r ตามต้องการ

ตัวอย่างที่ 1 จากข้อมูล 10 13 16 7 26 18 4 28 จงหา Q_1 , D_6

วิธีทำ เรียงข้อมูล 4 7 10 13 16 18 26 28

$$\text{ตำแหน่งของ } Q_1 = \frac{1(8+1)}{4} = 2.25$$

$$\text{ตำแหน่งต่างกัน } 3 - 2 = 1 \quad \text{ข้อมูลต่างกัน } 10 - 7 = 3$$

$$\text{ตำแหน่งต่างกัน } 2.25 - 2 = 0.25 \quad \text{ข้อมูลต่างกัน } = 3 \times 0.25 = 0.75$$

$$\text{ดังนั้น } Q_1 = 7 + 0.75 = 7.75$$

$$\text{ตำแหน่งของ } D_6 = \frac{6(8+1)}{10} = 5.4$$

$$\text{ตำแหน่งต่างกัน } 6 - 5 = 1 \quad \text{ข้อมูลต่างกัน } 18 - 16 = 2$$

$$\text{ตำแหน่งต่างกัน } 5.4 - 5 = 0.4 \quad \text{ข้อมูลต่างกัน } = 3 \times 0.4 = 1.2$$

$$\text{ดังนั้น } D_6 = 16 + 1.2 = 17.2$$

ตัวอย่างที่ 2 จากข้อมูล 18 4 26 13 9 15 17 22 13 จงหา Q_3, D_2, P_{45}

วิธีทำ เรียงข้อมูล 4 9 13 13 15 17 18 22 26

$$\text{ตำแหน่งของ } Q_3 = \frac{3(9+1)}{4} = 7.5$$

$$\text{ตำแหน่งต่างกัน } 8 - 7 = 1 \quad \text{ข้อมูลต่างกัน } 22 - 18 = 4$$

$$\text{ตำแหน่งต่างกัน } 7.5 - 7 = 0.5 \quad \text{ข้อมูลต่างกัน } = 4 \times 0.5 = 2.0$$

$$\text{ดังนั้น } Q_3 = 18 + 2 = 20$$

$$\text{ตำแหน่งของ } D_2 = \frac{2(9+1)}{10} = 2$$

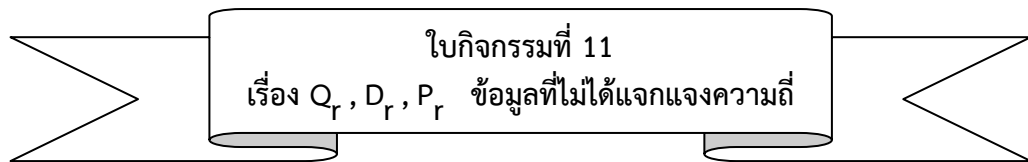
$$\text{ดังนั้น } D_2 = 9$$

$$\text{ตำแหน่งของ } P_{45} = \frac{45(9+1)}{100} = 4.5$$

$$\text{ตำแหน่งต่างกัน } 5 - 4 = 1 \quad \text{ข้อมูลต่างกัน } 15 - 13 = 2$$

$$\text{ตำแหน่งต่างกัน } 4.5 - 4 = 0.5 \quad \text{ข้อมูลต่างกัน } = 2 \times 0.5 = 1$$

$$\text{ดังนั้น } P_{45} = 13 + 1 = 14$$



คำชี้แจง ให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

1) จากข้อมูล 58 70 62 48 56 68 76 80 90 92 จงหา Q_3, D_7, P_{68}

2) ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน 44 คน ได้คะแนนเรียงตามลำดับดังนี้

11, 12, 13, 18, 19, 24, 27, 28, 32, 32, 33, 33, 34, 34, 35, 35, 36, 36, 37, 38, 38, 39, 40, 41, 41, 42, 43, 44, 45, 45, 46, 47, 50, 54, 54, 55, 55, 55, 56, 56, 58, 58, 59, 60 จงหา $Q_1, D_2, P_{65}, Q_3, D_7, P_{80}$

ใบความรู้ที่ 12
เรื่อง Q_r, D_r, P_r ข้อมูลที่แจกแจงความถี่แต่ไม่เป็นอันตรภาคชั้น

ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาคอร์ไทล์ เดซิล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ข้อมูลที่แจกแจงความถี่แต่ไม่เป็นอันตรภาคชั้นได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ ตัวอย่าง แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู

ตัวอย่างที่ 3 จงหา Q_1, D_5, P_{60} จากข้อมูลต่อไปนี้

ข้อมูล	1	3	5	7	9	11	13	15
ความถี่	1	2	3	4	5	6	7	8

วิธีทำ

x	1	3	5	7	9	11	13	15
f	1	2	3	4	5	6	7	8
ความถี่สะสม	1	3	6	10	15	21	28	36

$$\text{ตำแหน่งของ } Q_1 = \frac{1(36+1)}{4} = 9.25$$

$$\text{ดังนั้น } Q_1 = 7$$

$$\text{ตำแหน่งของ } D_5 = \frac{5(36+1)}{10} = 18.5$$

$$\text{ดังนั้น } D_5 = 11$$

$$\text{ตำแหน่งของ } P_{60} = \frac{60(36+1)}{100} = 22.2$$

$$\text{ดังนั้น } P_{60} = 13$$

ตัวอย่างที่ 4 ข้อมูลต่อไปนี้เป็นคะแนนของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง จงหา Q_1, D_6, P_{82}

คะแนน	10	12	15	19	23	26	29	35
ความถี่	2	3	5	2	3	2	2	1

วิธีทำ

คะแนน	10	12	15	19	23	26	29	35
ความถี่	2	3	5	2	3	2	2	1
ความถี่สะสม	2	5	10	12	15	17	19	20

$$\text{ตำแหน่งของ } Q_1 = \frac{1(20+1)}{4} = 5.25$$

$$\text{ตำแหน่งต่างกัน } 6 - 5 = 1 \quad \text{ข้อมูลต่างกัน } 15 - 12 = 3$$

$$\text{ตำแหน่งต่างกัน } 5.25 - 5 = 0.25 \quad \text{ข้อมูลต่างกัน } = 3 \times 0.25 = 0.75$$

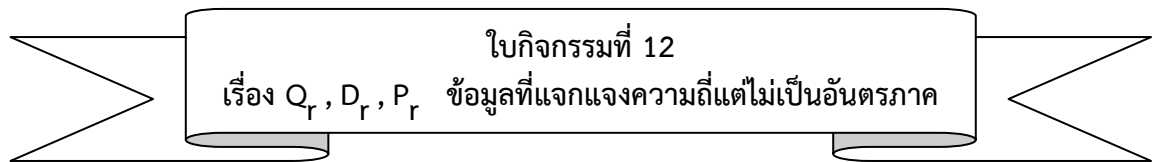
$$\text{ดังนั้น } Q_1 = 12 + 0.75 = 12.75$$

$$\text{ตำแหน่งของ } D_6 = \frac{6(20+1)}{10} = 12.6$$

$$\text{ดังนั้น } D_6 = 19 + (4 \times 0.6) = 21.4$$

$$\text{ตำแหน่งของ } P_{82} = \frac{82(20+1)}{100} = 17.22$$

$$\text{ดังนั้น } P_{82} = 26 + (3 \times 0.6) = 27.8$$



คำชี้แจง ให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

- 1) จงหา Q_1, D_4, P_{65} จากข้อมูลต่อไปนี้

ข้อมูล	3	5	10	14	15
ความถี่	2	7	13	8	5

- 2) จงหา $Q_3, D_6, D_8, P_{23}, P_{72}$ จากข้อมูลต่อไปนี้

ข้อมูล	13	17	20	24	29	34	36
ความถี่	2	7	13	10	6	9	3

ใบความรู้ที่ 13
เรื่อง Q_r, D_r, P_r ข้อมูลที่แจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้น

ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาควอร์ไทล์ เดซิล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ข้อมูลที่แจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้นได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ ตัวอย่าง แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู
ควอร์ไทล์ เดซิล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ข้อมูลที่แจกแจงความถี่แล้ว มีขั้นตอนการหาดังนี้

1. หาความถี่สะสม
2. หาดำแหน่งของ Q_r, D_r, P_r โดยถ้าข้อมูลมี N จำนวน
 ตำแหน่งของ $Q_r = \frac{rN}{4}$ เมื่อ $r = 1, 2, 3$
 ตำแหน่งของ $D_r = \frac{rN}{10}$ เมื่อ $r = 1, 2, 3, \dots, 9$
 ตำแหน่งของ $P_r = \frac{rN}{100}$ เมื่อ $r = 1, 2, 3, \dots, 99$
3. ถ้าตำแหน่งที่หาได้ตรงกับความถี่สะสมชั้นใดให้ถือว่าขอบบนชั้นนั้นเป็นคำตอบ
4. ถ้าตำแหน่งที่หาได้ไม่ตรงกับความถี่สะสมชั้นใดให้ถือว่าค่าของ Q_r, D_r, P_r อยู่ในชั้นที่สูงกว่าค่าตำแหน่งที่หาได้แล้วคำนวณหาค่าได้จากสูตร

$$Q_r = L + \left(\frac{\frac{rN}{4} - \sum f_L}{f_m} \right) I$$

$$D_r = L + \left(\frac{\frac{rN}{10} - \sum f_L}{f_m} \right) I$$

$$P_r = L + \left(\frac{\frac{rN}{100} - \sum f_L}{f_m} \right) I$$

เมื่อ L เป็นขอบล่างของชั้นที่ Q_r, D_r, P_r อยู่ ตามลำดับ

$\sum f_L$ เป็นความถี่สะสมของชั้นที่ต่ำกว่าชั้นที่ Q_r, D_r, P_r อยู่

f_m ความถี่ชั้นที่ Q_r, D_r, P_r อยู่

$\frac{rN}{4}, \frac{rN}{10}, \frac{rN}{100}$ เป็นตำแหน่งของ Q_r, D_r, P_r ตามลำดับ

ตัวอย่างที่ 5 คะแนนผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง จำนวน 62 คน แจกแจงได้ดังนี้

จงหา Q_1, Q_3, D_6, P_{92}

อันตรภาคชั้น	ความถี่	ความถี่สะสม
25 – 29	2	2
30 – 34	8	10
35 – 39	11	21
40 – 44	15	36
45 – 49	17	53
50 – 54	5	58
55 – 59	4	62

วิธีทำ ตำแหน่งของ $Q_1 = \frac{62}{4} = 15.5$

$$\text{จาก } Q_r = L + \left(\frac{\frac{rN}{4} - \sum f_L}{f_m} \right) I$$

$$\text{ดังนั้น } Q_1 = 34.5 + \left(\frac{15.5 - 10}{11} \right) 5 = 34.5 + 2.5 = 37$$

$$\text{ตำแหน่งของ } Q_3 = \frac{3(62)}{4} = 46.5$$

$$\text{ดังนั้น } Q_3 = 44.5 + \left(\frac{46.5 - 36}{17} \right) 5 = 44.5 + 3.09 = 47.59$$

$$\text{ตำแหน่งของ } D_6 = \frac{6(62)}{10} = 37.2$$

$$\text{จาก } D_r = L + \left(\frac{\frac{rN}{10} - \sum f_L}{f_m} \right) I$$

$$\text{ดังนั้น } D_6 = 44.5 + \left(\frac{37.2 - 36}{17} \right) 5 = 44.5 + 0.35 = 44.85$$

$$\text{ตำแหน่งของ } P_{92} = \frac{92(62)}{100} = 57.04$$

$$\text{จาก } P_r = L + \left(\frac{\frac{rN}{100} - \sum f_L}{f_m} \right) I$$

$$\text{ดังนั้น } P_{92} = 49.5 + \left(\frac{57.04 - 53}{5} \right) 5 = 49.5 + 4.04 = 53.54$$

ใบกิจกรรมที่ 13
เรื่อง Q_r, D_r, P_r ข้อมูลที่แจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้น

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

ผลการสอบของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง จงหา $Q_1, D_3, D_7, P_{35}, P_{82}$ จากข้อมูลต่อไปนี้

คะแนน	จำนวน
30 - 39	1
40 - 49	3
50 - 59	11
60 - 69	21
70 - 79	43
80 - 89	32
90 - 99	9

ใบความรู้ที่ 14
เรื่อง Q_r, D_r, P_r ข้อมูลที่แจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้น (2)

ผลการเรียนรู้.

นักเรียนสามารถหาควอร์ไทล์ เดซิล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์ ข้อมูลที่แจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้นได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ ตัวอย่าง แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู

ตัวอย่างที่ 6 ผลการสอบของนร. 120 คน ปรากฏดังตาราง จงหา

1. คะแนนต่ำสุดของกลุ่มที่ได้คะแนนสูงสุด ซึ่งคิดเป็น 25 % ของนร.ทั้งหมด
2. คะแนนสูงสุดของกลุ่มที่ได้คะแนนต่ำสุด ซึ่งคิดเป็น 20 % ของนร.ทั้งหมด

คะแนน	ความถี่	ความถี่
90 – 100	9	120
80 – 89	32	111
70 – 79	43	79
60 – 69	21	36
50 – 59	11	15
40 – 49	3	4
30 – 39	1	1

วิธีทำ 1. 25 % ของนักเรียนทั้งหมด $= \frac{25}{100} \times 120 = 30$ คน

ดังนั้นนักเรียนคะแนนต่ำสุดของกลุ่มที่ได้คะแนนสูงสุด อยู่ในตำแหน่งที่ $120 - 30 + 1 = 91$

$$\text{และได้คะแนน} = 79.5 + \left(\frac{91 - 79}{32} \right) 10 = 79.5 + 3.75 = 83.25 \text{ คะแนน}$$

2. 20 % ของนักเรียนทั้งหมด $= \frac{20}{100} \times 120 = 24$ คน

ดังนั้นนักเรียนคะแนนสูงสุดของกลุ่มที่ได้คะแนนต่ำสุด อยู่ในตำแหน่งที่ 24

$$\text{และได้คะแนน} = 59.5 + \left(\frac{24 - 15}{21} \right) 10 = 59.5 + 4.29 = 63.79 \text{ คะแนน}$$

ตัวอย่างที่ 7 คะแนนสอบของนร.ชั้น ม.6 จำนวน 60 คน เป็นตาราง จงหา

1. นร.ที่สอบได้ 56 คะแนน เขาอยู่ในเปอร์เซ็นต์ไทล์เท่าใด
2. นร.ที่สอบได้ 66.5 คะแนน เขาอยู่ในควอร์ไทล์เท่าใด
3. นร.ที่สอบได้ 63.5 คะแนน เขาอยู่ในเดซิล์เท่าใด

อันตรภาคชั้น	ความถี่	ความถี่สะสม
11 – 20	1	1
21 – 30	2	3
31 – 40	4	7
41 – 50	12	19
51 – 60	20	39
61 – 70	10	49
71 – 80	5	54
81 – 90	6	60

วิธีทำ 1. คะแนน 56 คะแนน อยู่ในอันดับที่ 51 - 60

$$\text{จาก } P_r = L + \left(\frac{\frac{rN}{100} - \sum f_L}{f_m} \right) I$$

$$\text{นั่นคือ } 56 = 50.5 + \left(\frac{\frac{60r}{100} - 19}{20} \right) 10$$

$$(56 - 50.5)2 + 19 = \frac{6r}{10}$$

$$r = 50$$

ดังนั้น นร.ที่สอบได้ 56 คะแนน เขาอยู่ในเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 50

2. คะแนน 66.5 คะแนน อยู่ในอันดับที่ 61 - 70

$$\text{จาก } Q_r = L + \left(\frac{\frac{rN}{4} - \sum f_L}{f_m} \right) I$$

$$\text{นั่นคือ } 66.5 = 60.5 + \left(\frac{\frac{60r}{4} - 39}{10} \right) 10$$

$$66.5 - 60.5 + 39 = 15r$$

$$r = 3$$

ดังนั้น นร.ที่สอบได้ 66.5 คะแนน เขาอยู่ในควอร์ไทล์ที่ 3

3. คะแนน 63.5 คะแนน อยู่ในอันดับที่ 61 - 70

$$\text{จาก } D_r = L + \left(\frac{\frac{rN}{10} - \sum f_L}{f_m} \right) I$$

$$\text{นั่นคือ } 63.5 = 60.5 + \left(\frac{\frac{60r}{10} - 39}{10} \right) 10$$

$$63.5 - 60.5 + 39 = 6r$$

$$r = 7$$

ดังนั้น นร.ที่สอบได้ 63.5 คะแนน เขาอยู่ในควอร์ไทล์ที่ 7

ใบกิจกรรมที่ 14
เรื่อง Q_r, D_r, P_r ข้อมูลที่แจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้น (2)

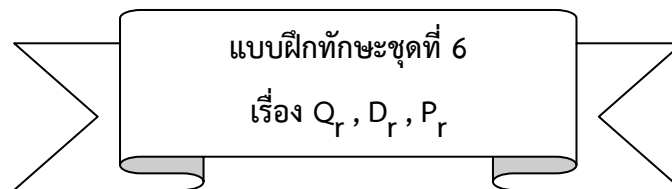
คำชี้แจง ให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

- 1) ตารางแจกแจงความถี่ต่อไปนี้เป็นคะแนนสอบของนักเรียน 120 คน จงหา
 1. คะแนนต่ำสุดของกลุ่มที่ได้คะแนนสูงสุด ซึ่งคิดเป็น 20 % ของนร.ทั้งหมด
 2. คะแนนสูงสุดของกลุ่มที่ได้คะแนนต่ำสุด ซึ่งคิดเป็น 15 % ของนร.ทั้งหมด

อันตรภาคชั้น	ความถี่
30 – 39	1
40 – 49	4
50 – 59	10
60 – 69	22
70 – 79	45
80 – 89	30
90 – 99	8

- 2) ข้อมูลที่กำหนดให้ต่อไปนี้ เป็นรายได้ต่อวันของพนักงานแห่งหนึ่ง จงหา
 1. พนักงานที่มีรายได้ 107.50 บาท อยู่ในเปอร์เซ็นต์เท่าใด
 2. พนักงานที่มีรายได้ 125 บาท อยู่ในควอร์ไทล์เท่าใด
 3. พนักงานที่มีรายได้ 137 บาท อยู่ในเดไซล์เท่าใด

อันตรภาคชั้น	ความถี่
100 – 104	13
105 – 109	20
110 – 114	19
115 – 119	13
120 – 124	9
125 – 129	10
130 – 134	4
135 – 139	5
140 – 144	4
145 – 149	3



- 1) จงหา Q_1, D_6, P_{23} จากข้อมูลต่อไปนี้ 4, 6, 6, 9, 8, 13, 2
- 2) จงหา Q_2, D_3, D_7 จากข้อมูลต่อไปนี้ 20, 25, 16, 20, 23, 29, 32, 28, 36, 34
- 3) จงหา $Q_1, Q_3, D_6, P_{18}, P_{65}$ จากข้อมูลต่อไปนี้ 4, 10, 25, 20, 2, 25, 15, 5, 15, 25, 3, 5, 8, 23, 17, 22

- 4) จงหา $Q_1, D_3, D_6, P_{48}, P_{60}$ จากข้อมูลต่อไปนี้

x	10	16	19	24	25	29	35
f	2	6	10	7	11	6	3

- 5) จงหา Q_3, D_7, P_{25}, P_{65} จากข้อมูลต่อไปนี้

x	3	6	9	12	15	20	22	25
f	1	2	8	7	10	3	5	2

- 6) คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของของนักเรียน 150 คน ดังตาราง

อันตรภาคชั้น	ความถี่
50 – 59	13
60 – 69	12
70 – 79	20
80 – 89	11
90 – 99	15
100 – 109	1
110 – 119	3
120 – 129	2
130 – 139	3

จงหา

1. ถ้านายสุรชัยสอบได้เปอร์เซ็นต์ที่ 85 นายสุรพลสอบได้เดซิัลที่ 7 จงหาว่านายสุรชัยสอบได้คะแนนมากกว่านายสุรพลกี่เปอร์เซ็นต์
2. คะแนนต่ำสุดของกลุ่มที่ได้คะแนนสูงสุด ซึ่งคิดเป็น 20 % ของนร.ทั้งหมด
3. คะแนนสูงสุดของกลุ่มที่ได้คะแนนต่ำสุด ซึ่งคิดเป็น 15 % ของนร.ทั้งหมด
4. นร.ที่สอบได้ 73 คะแนน เขาอยู่ในเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่เท่าใด
5. นร.ที่สอบได้ 94 คะแนน เขาอยู่ในเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่เท่าใด

7) จากข้อมูลส่วนสูงนักเรียนชั้น ม.6

ส่วนสูง (เซนติเมตร)	จำนวน(คน)
140-149	4
150-159	4
160-169	13
170-179	6
180-189	3

จงหา

1. นาย สมศักดิ์ มีความสูงตรงกับ P_{70} นายสมศักดิ์จะ มีความสูงเท่าใด
2. ถ้านายสมชายสูง 172 เซนติเมตร นายสมชายจะสูงตรงกับเปอร์เซนไทล์ที่เท่าไร

8) จากข้อมูลน้ำหนักของนักเรียน ม.6/1 - 6/3

น้ำหนัก (กิโลกรัม)	จำนวนนักเรียน		
	6/1	6/2	6/3
45-49	3	5	4
50-54	11	9	9
55-59	7	4	8
60-64	5	3	17
65-69	1	13	7
70-74	6	10	9
75-79	7	6	6
รวม	40	50	60

กำหนดให้นาย A มีน้ำหนักตรงกับ P_{85} เมื่อเทียบกับห้อง 6/1 นาย B มีน้ำหนักตรงกับ D_7 เมื่อเทียบกับห้อง 6/2 นาย C มีน้ำหนักตรงกับ Q_3 เมื่อเทียบกับห้อง 6/3

8.1 จงหาน้ำหนักของนักเรียนทั้งสาม

8.2 ถ้านางสาวสมศรีมีน้ำหนักเท่ากับ 71 กิโลกรัม นางสาวสมศรีจะมีตำแหน่งตรงกับควอไทล์ที่เท่าใดของนักเรียน ม.6/1

8.3 ถ้านายสุภาพมีน้ำหนักเท่ากับ 72 กิโลกรัม นายสุภาพจะมีตำแหน่งตรงกับเปอร์เซนไทล์ที่เท่าใดของนักเรียนทั้งหมด

8.4 ถ้านายสมพรมีน้ำหนักเท่ากับ 53 กิโลกรัม นายสมพรจะมีตำแหน่งตรงกับเดไซล์ที่เท่าใดของนักเรียนทั้งหมด

9) กำหนดตารางแสดงส่วนสูงของนักเรียนชั้น ม.1 ดังนี้

ส่วนสูง(cm)	จำนวน (คน)
110-119	1
120-129	3
130-139	9
140-149	3
150-159	15
160-169	7
170-179	2

ถ้าเด็กหญิงสวยมีส่วนสูงเท่ากับ 134 เซนติเมตร เด็กหญิงสวยจะมีตำแหน่งตรงกับ เติไซล์ที่เท่าใดของนักเรียนทั้งหมด

ใบความรู้ที่ 15
เรื่อง พิสัย

ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาพิสัยของข้อมูลที่กำหนดให้ได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ ตัวอย่าง แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู

การวัดการกระจายของข้อมูล

ในการศึกษาการวัดการกระจายของข้อมูลนั้น เราจะศึกษาใน 2 รูปแบบใหญ่คือ

1. การวัดการกระจายแบบสัมบูรณ์ เป็นการวัดการกระจายของข้อมูลเพียงชุดเดียว เพื่อวัดการกระจายของข้อมูลเพียงชุดเดียว เพื่อตรวจสอบว่า ค่าจากการสังเกตของข้อมูลมีความแตกต่างกันมากน้อยเพียงใด ซึ่งในการวัดการกระจายวิธีนี้มีอยู่ 4 ชนิด คือ

1. พิสัย (Range)
2. ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ (Quartile deviation)
3. ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย (Mean deviation)
4. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation)

2. การวัดการกระจายสัมพัทธ์ เป็นการวัดการกระจาย ซึ่งได้จากการนำค่าที่ได้จากการวัดการกระจายหารด้วยค่ากลางของข้อมูลดังกล่าว ดังนั้นค่าที่ได้จึงเป็นอัตราส่วน และอัตราส่วนที่ได้จะเป็นสิ่งที่นำไปใช้เปรียบเทียบการกระจายของข้อมูลแต่ละกลุ่มว่ากลุ่มใดมีการกระจายมากน้อยกว่ากัน ที่นิยมใช้มี 4 ชนิด คือ

1. สัมประสิทธิ์ของพิสัย (Coefficient of range)
2. สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ (Coefficient of quartile deviation)
3. สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย (Coefficient of mean deviation)
4. สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน (Coefficient of variation)

1. พิสัย (Range) เป็นการวัดการกระจายอย่างง่าย ๆ ไม่คำนึงถึงรายละเอียด

1. กรณีของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

$$\text{พิสัย} = \text{ข้อมูลสูงสุด} - \text{ข้อมูลต่ำสุด}$$

ตัวอย่างที่ 1 ถ้าข้อมูลประกอบด้วย 2 7 5 4 9

พบว่า ค่าสูงสุดของข้อมูลคือ 9 และค่าต่ำสุดของข้อมูลคือ 2

$$\text{ดังนั้น พิสัย} = 9 - 2 = 7$$

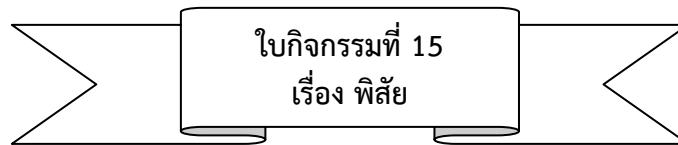
2. กรณีของข้อมูลที่แจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้น

$$\text{พิสัย} = \text{ขอบบนของอันตรภาคชั้นที่มีค่ามากที่สุด} - \text{ขอบล่างของอันตรภาคชั้นที่มีค่าน้อยที่สุด}$$

ตัวอย่างที่ 2 จากตารางแจกแจงความถี่ของข้อมูล จงหาพิสัย

คะแนน	จำนวน นร.
10 – 19	2
20 – 29	5
30 – 39	3
40 – 49	2

วิธีทำ จากตาราง ขอบบนของอันตรภาคชั้นที่มีค่ามากที่สุดคือ 49.5
 ขอบล่างของอันตรภาคชั้นที่มีค่าน้อยที่สุดคือ 9.5
 ดังนั้นพิสัย = $49.5 - 9.5 = 40$ คะแนน



คำชี้แจง ให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

1) จงหาพิสัยของข้อมูลต่อไปนี้

1. 16 32 9 34 8 34 23 31
2. 20 33 12 11 23 9 21 16 13
3. 23.6 23.7 19.3 19.3 12.8 11.1 9.5

2) จงหาพิสัยของข้อมูลต่อไปนี้

คะแนน	จำนวน นร.
> 72	8
69 – 71	27
66 – 68	42
63 – 65	18
60 – 62	5

3) ถ้าค่ากึ่งกลางพิสัยและพิสัยของคะแนนสอบวิชาภาษาอังกฤษ ในการสอบชิงทุนครั้งหนึ่งเท่ากับ 60 และ 80 คะแนน ตามลำดับ จงหาคะแนนสูงสุดและคะแนนต่ำสุดในการสอบครั้งนี้

ใบความรู้ที่ 16
เรื่อง ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์

ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ ข้อมูลที่กำหนดให้ได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ ตัวอย่าง แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู
ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ (Quartile deviation)

ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ Q.D. โดยสามารถหาได้จากสูตร

$$Q.D. = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

ตัวอย่างที่ 3 จากข้อมูลที่กำหนดให้ 2 3 3 5 5 5 8 10 12 จงหาส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์
วิธีทำ เรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปหามาก 2 3 3 5 5 5 8 10 12

หาตำแหน่งของ Q_1 และ Q_3 จะได้

$$\text{ตำแหน่งของ } Q_1 = \frac{9+1}{4} = 2.5 \quad \text{และ} \quad \text{ตำแหน่งของ } Q_3 = \frac{3(9+1)}{4} = 7.5$$

$$\text{นั่นคือ } Q_1 = 3 \quad \text{และ} \quad Q_3 = 9$$

$$\text{ดังนั้น } Q.D. = \frac{9-3}{2} = 3$$

ตัวอย่างที่ 4 ข้อมูลต่อไปนี้เป็นคะแนนสอบของนักเรียนจำนวน 120 คน จงหาส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์

คะแนน	จำนวน นร.
30 - 39	1
40 - 49	3
50 - 59	11
60 - 69	21
70 - 79	43
80 - 89	32
90 - 99	9

วิธีทำ

คะแนน	จำนวน นร.	ความถี่สะสม
30 - 39	1	1
40 - 49	3	4
50 - 59	11	15
60 - 69	21	36
70 - 79	43	79
80 - 89	32	111
90 - 99	9	120

$$\text{ตำแหน่งของ } Q_1 = \frac{120}{4} = 30 \quad \text{และ}$$

$$\text{ตำแหน่งของ } Q_3 = \frac{3(120)}{4} = 90$$

$$\text{จากสูตร} \quad Q_r = L + \left(\frac{\frac{N}{4} - \sum f_L}{f_{Q_1}} \right) I$$

$$\begin{aligned} \text{นั่นคือ } Q_1 &= 59.5 + \left(\frac{30 - 15}{21} \right) 10 = 59.5 + 7.14 = 66.64 \\ Q_3 &= 79.5 + \left(\frac{90 - 79}{32} \right) 10 = 79.5 + 3.44 = 102.94 \\ \text{ดังนั้น } Q.D. &= \frac{102.94 - 66.64}{2} = 18.15 \end{aligned}$$

นั่นคือส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์เท่ากับ 18.15 คะแนน

ใบกิจกรรมที่ 17
เรื่อง ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

1) จากข้อมูล 3, 5, 6, 6, 7, 10, 12, 9, 15, 9 จงหาส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์

2) จากข้อมูล จงหาส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์

ข้อมูล(x)	ความถี่(f)
8	2
10	3
12	5
15	4
20	2

3 ข้อมูลต่อไปนี้เป็นจำนวนเงินที่นักเรียนนำมาโรงเรียนใน 1 วัน จงหาส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์

จำนวนเงิน	จำนวน นร.
5 – 7	14
8 – 10	11
11 – 13	38
14 – 16	27
17 – 19	10

แบบฝึกทักษะชุดที่ 7
เรื่อง พิสัยและส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์

1) จงหาพิสัยและส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ ของข้อมูล

1. 4, 6, 6, 9, 20, 25, 16, 20
2. 4, 10, 25, 20, 2, 25, 15, 5, 15, 45

2) จงหาพิสัยและส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ ของข้อมูล

x	1	2	3	4	5
f	2	3	1	2	3

3) จงหาพิสัยและส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ ของข้อมูล

x	3	6	9	12	15
f	1	2	3	2	2

4) จงหาพิสัยและส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ ของข้อมูล

คะแนน	จำนวน
11 - 20	1
21 - 30	2
31 - 40	4
41 - 50	12
51 - 60	20
61 - 70	10
71 - 80	5
81 - 90	6

5) จงหาพิสัยและส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ ของข้อมูล

อันตรภาคชั้น	ความถี่
5 - 8	13
9 - 12	12
13 - 16	35
17 - 20	28
21 - 24	9

ใบความรู้ที่ 17
เรื่อง ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่และแจกแจงความถี่แต่ไม่เป็นอันตรภาคชั้นได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ ตัวอย่าง แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู

ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย (Mean devlation)

ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ M.D. เราแยกวิธีการทำได้ 2 กรณี ดังนี้

1. กรณีที่ข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่และแจกแจงความถี่แต่ไม่เป็นอันตรภาคชั้น

ให้ $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_N$ เป็นข้อมูลซึ่งมี $\bar{X}$ เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิต จะได้

$$M.D. = \frac{\sum_{i=1}^N |x_i - \bar{x}|}{N}$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย จากข้อมูลต่อไปนี้

1. 16 8 12 9 11
2. 25 18 32 40 35 29 27 36 29 34

วิธีทำ 1. $\bar{X} = \frac{56}{5} = 11.2$

$$\sum |x_i - \bar{x}| = 4.8 + 3.2 + 0.8 + 2.2 + 0.2 = 11.2$$

$$M.D. = \frac{11.2}{5} = 2.24$$

2. $\bar{X} = \frac{305}{10} = 30.5$

$$\sum |x_i - \bar{x}| = 5.5 + 12.5 + 1.5 + 9.5 + 4.5 + 1.5 + 3.5 + 5.5 + 1.5 + 3.5$$

$$= 49$$

$$M.D. = \frac{49}{10} = 4.9$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของความสูง (นิ้ว) ของเด็ก 100 คน ซึ่งมีข้อมูลดังนี้

ความสูง :	60	61	62	63	64	65	66	67	68
จำนวนเด็ก :	2	0	15	29	25	12	10	4	3

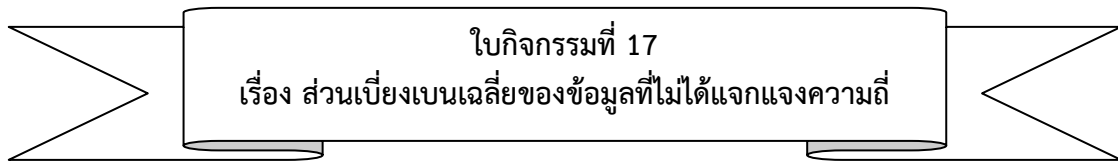
วิธีทำ เนื่องจากข้อมูลที่กำหนดให้มีความถี่ ดังนั้นในการคำนวณจึงต้องคำนึงถึงความถี่ด้วย

ความสูง(x)	จำนวนเด็ก(f)	xf	$ x - \bar{x} $	$f x - \bar{x} $
60	2	120	3.89	7.78
61	0	0	2.89	0
62	15	930	1.89	28.35
63	29	1827	0.89	25.81
64	25	1600	0.11	2.75
65	12	780	1.11	13.32
66	10	660	2.11	21.1
67	4	268	3.11	12.44
68	3	204	4.11	12.33
-	100	6389	-	123.88

$$\bar{X} = \frac{6389}{100} = 63.89$$

$$\text{ดังนั้น M.D.} = \frac{123.88}{100} = 1.2388$$

นั่นคือ ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของความสูง (นิ้ว) ของเด็ก = 1.239 นิ้ว



คำชี้แจง ให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

1) จากข้อมูล 2, 7, 5, 4, 9, 10, 7, 12 จงหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย

2) จากข้อมูล 22, 17, 15, 24, 9, 12, 27, 12, 30, 11 จงหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย

3) จงหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย จากข้อมูล

ข้อมูล	1	2	3	4	5
ความถี่	2	3	1	2	3

ใบความรู้ที่ 18
เรื่อง ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูลที่แจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้น

ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูลที่แจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้นได้
คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ ตัวอย่าง แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู

ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยกรณีที่แจกแจงความถี่แล้ว

$$M.D. = \frac{\sum_{i=1}^k f_i |x_i - \bar{x}|}{\sum_{i=1}^k f_i}$$

เมื่อ k คือ จำนวนอันตรภาคชั้น f_i คือ ความถี่ของอันตรภาคชั้นที่ i
 x_i คือ จุดกึ่งกลางชั้นของอันตรภาคชั้นที่ i

ตัวอย่างที่ 3 ตารางต่อไปนี้เป็นตารางแสดงจำนวนเงินที่ลูกค้านำมาฝากในวันหนึ่ง จงหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย

จำนวนเงิน(พันบาท)	จำนวนลูกค้า
48 – 50	2
51– 53	4
54 – 56	3
57 – 59	8
60 – 62	7
63 – 66	1

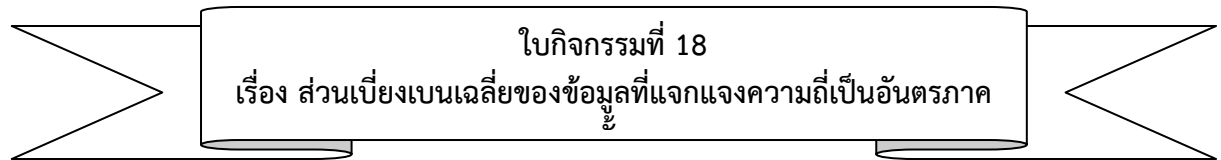
วิธีทำ

จำนวนเงิน(พันบาท)	f_i	x_i	$f_i x_i$	$ x_i - \bar{x} $	$f_i x_i - \bar{x} $
48 – 50	2	49	98	8.04	16.08
51– 53	4	52	208	5.04	20.16
54 – 56	3	55	165	2.04	6.12
57 – 59	8	58	464	0.96	7.68
60 – 62	7	61	427	3.96	27.72
63 – 66	1	64	64	6.96	6.96
-	25	-	1426	-	84.72

$$\bar{x} = \frac{1426}{25} = 57.04$$

$$\text{ดังนั้น } M.D. = \frac{84.72}{25} = 3.3888$$

นั่นคือ ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของจำนวนเงิน = $3.3888 \times 1000 = 3388.80$ บาท



คำชี้แจง ให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

- 1) จงหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูลต่อไปนี้

อันตรภาคชั้น	ความถี่
11 – 13	1
14– 16	8
17 – 19	12
20 – 22	21
23 – 25	18
26 – 28	7
29 – 31	2
32 – 34	1

- 2) จงหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูลต่อไปนี้

อันตรภาคชั้น	ความถี่
80 – 89	3
70– 79	8
60 – 69	13
50 – 59	20
40 – 49	15
30 – 39	7
20 – 29	3
10 – 19	1

ใบความรู้ที่ 19
เรื่อง ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูลที่แจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้นโดยการทอนค่า

ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูลที่แจกแจงความถี่ได้แล้วได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ ตัวอย่าง แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู

ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูลที่แจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้นโดยการทอนค่า

$$\text{สูตร M.D.} = \frac{I \sum_{i=1}^k f_i |d_i - \bar{d}|}{\sum_{i=1}^k f_i}$$

ตัวอย่างที่ 4 ตารางต่อไปนี้เป็นตารางแสดงจำนวนเงินที่ลูกค้านำมาฝากในวันหนึ่ง จงหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย

จำนวนเงิน(พันบาท)	จำนวนลูกค้า
48 – 50	2
51– 53	4
54 – 56	3
57 – 59	8
60 – 62	7
63 – 66	1

วิธีทำ

จำนวนเงิน(พันบาท)	f_i	d_i	$f_i d_i$	$ d_i - \bar{d} $	$f_i d_i - \bar{d} $
48 – 50	2	-3	-6	2.68	5.36
51– 53	4	-2	-8	1.68	6.72
54 – 56	3	-1	-3	0.68	2.04
57 – 59	8	0	0	0.32	2.56
60 – 62	7	1	7	1.32	9.24
63 – 66	1	2	2	2.32	2.32
-	25	-	-8	-	28.24

$$\bar{d} = \frac{-8}{25} = -0.32$$

$$\text{ดังนั้น M.D.} = \frac{3(28.24)}{25} = 3.3888$$

นั่นคือ ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของจำนวนเงิน = $3.3888 \times 1000 = 3,388.80$ บาท

ใบกิจกรรมที่ 19

เรื่อง ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูลที่แจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้นโดยการทอน

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

- 1) ข้อมูลต่อไปนี้เป็นคะแนนสอบของนักเรียนจำนวน 120 คน จงหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย โดนการทอนค่า

คะแนน	จำนวน นร.
30 – 39	1
40 – 49	3
50 – 59	11
60 – 69	21
70 – 79	43
80 – 89	32
90 - 99	9

- 2) ข้อมูลต่อไปนี้ จงหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย โดนการทอนค่า

อันตรภาคชั้น	ความถี่
49 – 55	3
42 – 48	7
35 – 41	13
28 – 34	11
21 – 27	6
14 – 20	4
7 - 13	1

แบบฝึกทักษะชุดที่ 8
เรื่อง ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย

1) จงหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูล

1. 4, 6, 6, 9, 20, 25, 16, 20
2. 4, 10, 25, 20, 2, 25, 15, 5, 15, 45
3. 12, 6, 7, 3, 15, 10, 18, 5

2) จงหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูล

x	1	2	3	4	5
f	2	3	1	2	3

3) จงหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยจากตารางแสดงน้ำหนักของนักเรียน

น้ำหนัก(กก.)	40	42	45	50	55
จำนวน นร.	15	25	20	24	16

4) จากตารางแจกแจงความถี่จงหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยจากค่าเฉลี่ยเลขคณิต และจงหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยจากมัธยฐาน

คะแนน	จำนวน นร.
93 – 97	2
98– 102	5
103 – 107	12
108 – 112	17
113 – 117	14
118 – 122	6
123 – 127	3
128 – 132	1

5) จงหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยของข้อมูล

อันตรภาคชั้น	ความถี่
5 – 10	11
11 – 16	12
17 – 22	35
23 – 28	28
29 – 34	13

ใบความรู้ที่ 20
เรื่อง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่

ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานข้อมูลไม่แจกแจงความถี่ได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ ตัวอย่าง แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard devlation)

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็นการวัดการกระจายชนิดหนึ่งที่นักสถิตินิยมใช้มาก เมื่อเปรียบเทียบกับ การวัดการกระจายอีก 3 ชนิดที่กล่าวมาแล้ว ทั้งนี้เนื่องจากส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีความไวต่อการเปลี่ยนแปลงข้อมูล เพราะต้องใช้ข้อมูลทุกตัวมาคำนวณ เรานิยมใช้สัญลักษณ์ S.D. หรือ s แทนส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

1. กรณีที่ข้อมูลไม่ได้จัดเป็นอันตรภาคชั้น

ให้ $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_N$ เป็นข้อมูลซึ่งมี μ เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร

$$S.D. = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}} \quad \text{หรือ} \quad S.D. = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - \mu^2}$$

ให้ $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_N$ เป็นข้อมูลซึ่งมี $\bar{X}$ เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

$$S.D. = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad \text{หรือ} \quad S.D. = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}}$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน จากข้อมูลต่อไปนี้ 2, 4, 6, 8, 10, 12

วิธีทำ $\bar{X} = \frac{2+4+6+8+10+12}{6} = 7$

$$\sum (x - \bar{x})^2 = 25 + 9 + 1 + 1 + 9 + 25 = 70$$

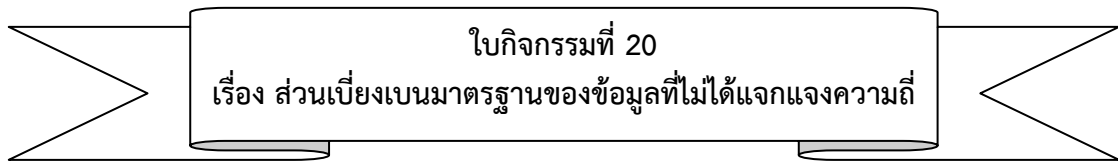
$$S.D. = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}} = \sqrt{\frac{70}{6}} = 3.42$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน จากข้อมูลต่อไปนี้ 4, 5, 7, 9, 10

วิธีทำ $\bar{x} = \frac{4+5+7+9+10}{5} = 7$

$$\sum x^2 = 16 + 25 + 49 + 81 + 100 = 271$$

$$S.D. = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - \mu^2} = \sqrt{\frac{271}{5} - 49} = \sqrt{\frac{26}{5}} = 2.28$$



คำชี้แจง ให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

- 1) จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 68 คน ซึ่งได้คะแนนดังนี้ 8, 6, 5, 10, 9, 8, 7, 3

- 2) จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบแข่งขัน วิชาภาษาอังกฤษของนักเรียนจำนวน 10 คน ซึ่งได้คะแนนดังนี้ 63, 72, 67, 79, 56, 95, 57, 69, 80, 92,

- 3) ถ้าความแตกต่างระหว่างค่าของข้อมูลแต่ละค่าจาก 11 เท่ากับ 1, 0, -3, -1, 2, -2, -2, 3 และ 2 จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดดังกล่าว

ใบความรู้ที่ 21
เรื่อง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลที่ไม่เป็นอันตรภาคชั้น

ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลไม่แจกแจงความถี่ได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ ตัวอย่าง แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู

ตัวอย่างที่ 3 จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานจากข้อมูลต่อไปนี้

ข้อมูล	1	2	3	4	5
ความถี่	2	3	1	2	3

วิธีทำ

x_i	f_i	$x_i f_i$	$(x_i)^2$	$f_i (x_i)^2$
1	2	2	1	2
2	3	6	4	12
3	1	3	9	9
4	2	8	16	32
5	3	15	25	75
-	11	34	-	130

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{34}{11} \\ \text{S.D.} &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N f_i x_i^2}{N} - \mu^2} \\ &= \sqrt{\frac{130}{11} - \left(\frac{34}{11}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{1430 - 1156}{121}} \\ &= \sqrt{\frac{274}{121}} = 1.505\end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานคะแนนสอบซึ่งมีคะแนนเต็ม 30 คะแนนของนักเรียนกลุ่มหนึ่งจากนักเรียนทั้งหมดซึ่งมีคะแนนดังนี้

คะแนน	11	15	18	24	27
จำนวนนร.	2	3	4	5	6

วิธีทำ

x_i	f_i	$x_i f_i$	$(x_i)^2$	$f_i (x_i)^2$
11	2	22	121	242
15	3	45	225	675
18	4	72	324	1296
24	5	120	576	2880
27	6	162	729	4374
-	20	421	-	9467

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{421}{20} = 21.05 \\ \text{S.D.} &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}} \\ &= \sqrt{\frac{9467 - 20(21.05)^2}{19}} \\ &= \sqrt{\frac{9467 - 8862.05}{19}} \\ &= \sqrt{\frac{604.95}{19}} = 5.643\end{aligned}$$

ใบกิจกรรมที่ 21

เรื่อง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลที่แจกแจงความถี่แต่ไม่เป็นอันตรภาคชั้น

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

- 1) จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานจากข้อมูลต่อไปนี้

ข้อมูล	ความถี่
6	2
10	3
12	5
15	3
19	2
20	1

- 2) จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานคะแนนสอบซึ่งมีคะแนนเต็ม 25 คะแนนของนักเรียนกลุ่มหนึ่งจากนักเรียนทั้งหมดซึ่งมีคะแนนดังนี้

ข้อมูล	ความถี่
11	4
14	3
16	8
17	5
22	3
23	2

แบบฝึกทักษะชุดที่ 9

เรื่อง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้น

1) จากข้อมูล จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

1. 6 8 14 4 11 10 17
2. 5 6 6 6 7 8
3. 1 2 4 7 9 12

2) พี่น้อง 4 คน มี 2 คน น้ำหนักเท่ากัน และหนักน้อยกว่า 2 คน ที่เหลือ ถ้าฐานนิยม มัธยฐาน และพิสัยคือ 40, 41 และ 6 ตามลำดับ จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

3) ภาณุวิเคราะห์ข้อมูลชุดหนึ่ง เขาพบว่าข้อมูลนี้มี 8 จำนวน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 9 และ $\sqrt{15}$ ตามลำดับ ต่อมาพบว่าคำนวณผิด เพราะข้อมูลจริงมี 9 จำนวน ค่าที่หายไปคือ 18 จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่ถูกต้อง

4) นักเรียน 3 คน มีอายุเฉลี่ย 5 ปี ถ้า 2 คนมีอายุ 8 และ 5 ปีตามลำดับ จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของอายุของเด็ก 3 คนนี้

5) นักเรียน 10 คน สอบได้คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 9.5 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.5 คะแนน ตามลำดับ ต่อมามีนักเรียนเพิ่มเข้ามาอีก 1 คน ซึ่งนักเรียนคนนี้สอบได้ 15 คะแนน จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของนักเรียน 11 คน

6) จากข้อมูล 50, 30, 25, 44, 48, 51, 55, 60, 42, 35, 28, 40
จงหา พิสัย ส่วนเบี่ยงควอร์ไทล์ ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

7) จงหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยจากตารางแสดงน้ำหนักของคนกลุ่มหนึ่ง

น้ำหนัก(กก.)	40	42	45	50	55
จำนวน คน	15	25	20	24	16

ใบความรู้ที่ 22
เรื่อง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลที่แจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้น

ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานข้อมูลแจกแจงความถี่ได้แล้วได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ ตัวอย่าง แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard deviation)

กรณีที่ข้อมูลจัดเป็นอันตรภาคชั้น

$$\text{ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานประชากร S.D.} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \mu)^2}{N}}$$

$$\text{หรือ S.D.} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2}{N} - \mu^2}$$

$$\text{ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานกลุ่มตัวอย่าง S.D.} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

$$\text{หรือ S.D.} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2 - n\bar{x}^2}{n - 1}}$$

เมื่อ k คือ จำนวนอันตรภาคชั้น

f_i คือ ความถี่ของอันตรภาคชั้นที่ i

x_i คือ จุดกึ่งกลางชั้นของอันตรภาคชั้นที่ i n คือ จำนวนตัวอย่างทั้งหมด ($n = \sum_{i=1}^k f_i$)

ตัวอย่างที่ 1 จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความสูงของนักเรียน 100 คน จากนักเรียนทั้งหมดของโรงเรียนแห่งหนึ่งซึ่งปรากฏดังตาราง

ความสูง	จำนวน นร.
60 – 62	5
63 – 65	18
66 – 68	42
69 – 71	27
72 – 74	8

วิธีทำ

อันตรภาคชั้น	จุดกึ่งกลาง (x_i)	ความถี่ (f_i)	$f_i x_i$	$(x_i)^2$	$f_i (x_i)^2$
60 – 62	61	5	305	3721	18605
63 – 65	64	18	1152	4096	73728
66 – 68	67	42	2814	4489	188538
69 – 71	70	27	1890	4900	132300
72 – 74	73	8	584	5329	42632
		100	6745		455803

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^7 f_i x_i}{\sum_{i=1}^7 f_i} = \frac{6745}{100} = 67.45$$

$$S.D. = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{455803 - 100(67.45)^2}{99}}$$

$$= \sqrt{\frac{852.75}{99}} = 2.93$$

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของความสูงของนักเรียน = 2.93 ซม.

ตัวอย่างที่ 2 คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 98 คน ดังนี้

อันตรภาคชั้น	ความถี่
40 – 44	6
45 – 49	14
50 – 54	22
55 – 59	26
60 – 64	14
65 – 69	12
70 – 74	4
รวม	98

วิธีทำ

อันตรภาคชั้น	จุดกึ่งกลาง (x_i)	ความถี่ (f_i)	$f_i x_i$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i(x_i - \bar{x})^2$
40 – 44	42	6	252	-14.08	198.25	1,189.5
45 – 49	47	14	658	-9.08	82.45	1,154.3
50 – 54	52	22	1,144	-4.08	16.65	366.3
55 – 59	57	26	1,482	0.92	0.85	22.1
60 – 64	62	14	868	5.92	35.05	490.7
65 – 69	67	12	804	10.92	119.25	1,431
70 – 74	72	4	288	15.92	253.45	1,013.8
		98	5,496			5,667.7

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^7 f_i x_i}{\sum_{i=1}^7 f_i} = \frac{5,496}{98} \approx 56.08$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2}{N}} \approx \sqrt{\frac{5,667.7}{98}} \approx 7.60$$

ดังนั้น คะแนนสอบมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานประมาณ 7.60

ใบกิจกรรมที่ 22

เรื่อง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลที่แจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้น

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

- 1) โรงพยาบาลแห่งหนึ่งได้ทำการสำรวจจำนวนวันที่ผู้ป่วยพักอยู่ในโรงพยาบาลหลังจากการผ่าตัด
ปรากฏผลดังนี้ จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

จำนวนวันที่ผู้ป่วยพัก	จำนวนผู้ป่วย
1 – 3	32
4 – 6	108
7 – 9	67
10 – 12	28
13 – 15	14
16 – 18	7
19 – 21	3
22 – 24	1

- 2) ข้อมูลต่อไปนี้เป็นคะแนนสอบของนักเรียนจำนวน 120 คน จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

คะแนน	จำนวน นร.
30 – 39	1
40 – 49	3
50 – 59	11
60 – 69	21
70 – 79	43
80 – 89	32
90 – 99	9

ใบความรู้ที่ 23

เรื่อง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลที่แจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้นโดยการทอนค่า

ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานข้อมูลที่แจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้นโดยการทอนค่าได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ ตัวอย่าง แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู

การหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานโดยการทอนค่าของข้อมูล

การหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานด้วยวิธีนี้ มีลักษณะเหมือนกับการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต โดยแทนจากสูตร

$$S.D. = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i d_i^2}{N} - \bar{d}^2} \quad \leftarrow \text{ประชากร} \quad \quad S.D. = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i d_i^2 - n\bar{d}^2}{n-1}} \quad \leftarrow \text{กลุ่ม}$$

ตัวอย่างที่ 3 จากตารางแจกแจงความถี่แสดงความสูงของนักเรียนในระดับชั้น ม.6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง

จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ความสูง	จำนวน นร.
60 – 62	7
63 – 65	16
66 – 68	42
69 – 71	25
72 – 74	10

วิธีทำ

ความสูง	จำนวน นร.	d_i	$f_i d_i$	$f_i (d_i)^2$
60 – 62	7	-2	-14	28
63 – 65	16	-1	-16	16
66 – 68	42	0	0	0
69 – 71	25	1	25	25
72 – 74	10	2	20	40
-	100	-	15	109

$$S.D. = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i d_i^2 - n\bar{d}^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{109 - 100(0.15)^2}{99}} = 3.11$$

ตัวอย่างที่ 4 โรงพยาบาลแห่งหนึ่งได้ทำการสำรวจจำนวนวันที่ผู้ป่วยพักอยู่ในโรงพยาบาลหลังจากการผ่าตัด
ปรากฏผลดังนี้ จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

จำนวนวันที่ผู้ป่วย พัก	จำนวนผู้ป่วย
1 – 3	32
4 – 6	108
7 – 9	67
10 – 12	28
13 – 15	14
16 – 18	7
19 – 21	3
22 – 24	1

วิธีทำ

ความสูง	จำนวน นร.	d_i	$f_i d_i$	$f_i (d_i)^2$
1 – 3	32	-2	-64	128
4 – 6	108	-1	-108	108
7 – 9	67	0	0	0
10 – 12	28	1	28	28
13 – 15	14	2	28	56
16 – 18	7	3	21	63
19 – 21	3	4	12	48
22 – 24	1	5	5	25
-	260	-	78	456

$$\begin{aligned}
 \text{S.D.} &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i d_i^2}{N} - \bar{d}^2} = \sqrt{\frac{456}{260} - \left(\frac{78}{260}\right)^2} \\
 &= \sqrt{\frac{118560 - 6084}{67600}} = \sqrt{1.663846} \\
 &= 3(1.29) = 3.87
 \end{aligned}$$

ใบกิจกรรมที่ 23
เรื่อง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลที่แจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้น
โดยการทอนค่า

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

- 1) จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของจำนวนวันลาของนักเรียนห้องหนึ่ง จากนักเรียนทั้งหมดของโรงเรียน
แห่งหนึ่งโดยการทอนค่า

ความสูง	จำนวน นร.
0 – 2	15
3 – 5	20
6 – 8	12
9 – 11	2
12 – 14	1

- 2) จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานคะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง ซึ่งมีคะแนนดังนี้

ความสูง	จำนวน นร.
0 – 9	5
10 – 19	8
20 – 29	12
30 – 39	17
40 – 49	11
50 – 59	6
60 – 69	5
70 – 79	1

ใบความรู้ที่ 24
เรื่อง สมบัติเกี่ยวกับการวัดการกระจายของข้อมูล

ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถอธิบายสมบัติเกี่ยวกับการวัดการกระจายของข้อมูลได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ ตัวอย่าง แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู

สมบัติเกี่ยวกับการวัดการกระจายของข้อมูล

พิสัย

1. เป็นการวัดการกระจายของข้อมูลอย่างหยาบๆและง่าย
2. ถ้านำข้อมูลมาเรียงจากน้อยไปหามาก และมีข้อมูลบางค่าเปลี่ยนแปลงไป โดยไม่กระเทือนถึงค่าสูงสุดและต่ำสุดแล้ว พิสัยจะไม่เปลี่ยนแปลง

ส่วนเบี่ยงควอร์ไทล์

1. ค่าของข้อมูลที่อยู่ในตำแหน่งปลายๆ จะไม่มีผลกระทบกระเทือนต่อการหาส่วนเบี่ยงควอร์ไทล์ เพราะในการหาค่านั้นเรานำค่าของข้อมูลที่อยู่ในตำแหน่ง Q_3 และ Q_1 มาใช้เท่านั้น
2. ในกรณีที่ข้อมูลเป็นอันตรภาคชั้น โดยที่อันตรภาคชั้นแรกและชั้นสุดท้ายเป็นเปิด ก็หาส่วนเบี่ยงควอร์ไทล์ ได้

3. เป็นการวัดการกระจายที่ดีกว่าพิสัย แต่ยังไม่ละเอียดนัก เพราะไม่ได้เอาค่าของข้อมูลทุกค่ามาคำนวณ

ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย

1. การหาส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยการนำค่าของข้อมูลทุกค่ามาคำนวณ ซึ่งเหมือนกับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ซึ่งแตกต่างกับพิสัยและส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์
2. ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยจะมีค่าเป็นบวก

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

1. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเป็นจำนวนบวกหรือศูนย์
2. เมื่อนำค่าคงตัว k ไปบวกหรือลบออกจากค่าของข้อมูลทุกๆค่า ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดใหม่จะมีค่าเท่าข้อมูลชุดเดิม
3. เมื่อนำค่าคงตัว k ไปคูณกับค่าของข้อมูลทุกๆค่า ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดใหม่จะมีค่าดังนี้

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดใหม่ = $|k| \times$ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดเดิม

4. เมื่อนำค่าคงตัว k ซึ่ง $k \neq 0$ ไปหารกับค่าของข้อมูลทุกๆค่า ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดใหม่จะมีค่าดังนี้

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดใหม่ = $\frac{1}{|k|} \times$ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดเดิม

5. ถ้าคำนวณหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานโดยใช้ค่ากลางชนิดอื่นที่ไม่ใช่ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่หาได้จะมีค่ามากกว่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่หาโดยใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
6. กำลังสองของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเรียกว่าความแปรปรวน
7. การหาความแปรปรวนของข้อมูล 2 กลุ่ม
 - 7.1 กรณีที่ข้อมูลทั้ง 2 กลุ่ม มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากัน

ให้ $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots, x_{N_1}$ เป็นข้อมูลชุดที่ 1 ซึ่งมี $\bar{X}$ เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิตและมี s_1^2 เป็นความแปรปรวน และให้ $y_1, y_2, y_3, y_4, \dots, y_{N_2}$ เป็นข้อมูลชุดที่ 2 ซึ่งมี $\bar{X}$ เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิต และมี s_2^2 เป็นความแปรปรวน จะได้ความแปรปรวนรวมของข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มจากสูตร

$$s^2 = \frac{N_1 s_1^2 + N_2 s_2^2}{N_1 + N_2}$$

ตัวอย่างที่ 5 กำหนดให้ข้อมูลชุดที่ 1 ประกอบด้วย 2, 5, 8, 11, 14 และชุดที่ 2 ประกอบด้วย 2, 8, 14 จงหาความแปรปรวนรวมของข้อมูลทั้ง 2 ชุด

วิธีทำ ให้ $\bar{x}_1, s_1^2$ และ N_1 เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิต ความแปรปรวน และจำนวนข้อมูลชุดที่ 1

ให้ $\bar{x}_2, s_2^2$ และ N_2 เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิต ความแปรปรวน และจำนวนข้อมูลชุดที่ 2

$$\text{จากโจทย์ หา } \bar{x}_1 = 8 \text{ และ } \bar{x}_2 = 8$$

$$\text{หา } s_1^2 = 18 \text{ และ } s_2^2 = 24$$

$$\text{ดังนั้น } s^2(\text{รวม}) = \frac{N_1 s_1^2 + N_2 s_2^2}{N_1 + N_2} = \frac{5(18) + 3(24)}{5 + 3} = 20.25$$

7.1 กรณีที่ข้อมูลทั้ง 2 กลุ่ม มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตไม่เท่ากัน

ให้ $\bar{x}_1, s_1^2$ และ N_1 เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิต ความแปรปรวน และจำนวนข้อมูลชุดที่ 1

ให้ $\bar{x}_2, s_2^2$ และ N_2 เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิต ความแปรปรวน และจำนวนข้อมูลชุดที่ 2 และ $\bar{X}$ เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวมของข้อมูลทั้งสองกลุ่ม จะได้ความแปรปรวนรวมของข้อมูลทั้ง 2 กลุ่มจากสูตร

$$s^2(\text{รวม}) = \frac{N_1 s_1^2 + N_2 s_2^2 + N_1 (\bar{x}_{\text{รวม}} - \bar{x}_1)^2 + N_2 (\bar{x}_{\text{รวม}} - \bar{x}_2)^2}{N_1 + N_2}$$

ตัวอย่างที่ 6 ข้อมูล 2 กลุ่ม โดยแต่ละกลุ่มมีรายละเอียดดังนี้

กลุ่มที่ 1 $N_1 = 30, \bar{x}_1 = 60, s_1 = 5$ และ กลุ่มที่ 2 $N_2 = 25, \bar{x}_2 = 45, s_2 = 3$

จงหาความแปรปรวนรวมของข้อมูลทั้ง 2 ชุด

$$\text{วิธีทำ } \bar{x}_{\text{รวม}} = \frac{30(60) + 25(45)}{30 + 25} = \frac{1800 + 1125}{55} = \frac{2925}{55} = 53.18$$

$$s^2(\text{รวม}) = \frac{30(25) + 25(9) + 30(60 - 53.18)^2 + 25(45 - 53.18)^2}{55}$$

$$= \frac{4043.182}{55} = 73.5124$$

ใบกิจกรรมที่ 24
เรื่อง สมบัติเกี่ยวกับการวัดการกระจายของข้อมูล

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

1) บริษัทแห่งหนึ่งมี 2 สาขา พนักงานในสาขาแรกมีจำนวน 50 คน พนักงานในสาขาแรกมีจำนวน 30 คน ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของเงินเดือนของพนักงานในแต่ละสาขาเท่ากัน แต่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเงินเดือนของสาขาแรกเท่ากับ 100 บาท และสาขาที่สองเท่ากับ 80 บาท จงหาความแปรปรวนของเงินเดือนของพนักงานในบริษัทนี้

2) โรงเรียนแห่งหนึ่งมีนักเรียนชั้น ม.6 อยู่ 2 ห้อง คือห้อง ก และห้อง ข โดยที่ห้อง ก มีนักเรียน 20 คน ผลการสอบวิชาภาษาไทยมีคะแนนเฉลี่ย 25 คะแนน ความแปรปรวนเท่ากับ 5 และห้อง ข มีนักเรียน 30 คน ผลการสอบวิชาภาษาไทยมีคะแนนเฉลี่ย 20 คะแนน ความแปรปรวนเท่ากับ 4 จงหาความแปรปรวนของคะแนนสอบวิชาภาษาไทยของนักเรียนชั้น ม. 6

3) บริษัท ก มีเด็กทำงานอยู่ 50 คน โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของรายได้ต่อวันของเด็กที่ทำงานเท่ากับ 63 บาท และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 9 บาท บริษัท ข มีเด็กทำงานอยู่ 40 คน โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของรายได้ต่อวันของเด็กที่ทำงานเท่ากับ 54 บาท และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6 บาท จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานรายได้ต่อวันของเด็กทั้งสองบริษัท

แบบฝึกทักษะชุดที่ 10

เรื่อง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานข้อมูลแจกแจงความถี่เป็นอันตรภาคชั้น

- 1) จากข้อมูลที่กำหนดให้

ข้อมูล	ความถี่
0– 199	8
200– 399	13
400 – 599	20
600 – 799	12
800– 999	7

จงหา 1. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

2. ความแปรปรวน

- 2) ถ้าเอา 5 บวกเข้ากับค่าจากการสังเกตทุกค่าในข้อมูล 3, 6, 2, 1, 7, 5 จะได้ข้อมูลชุดใหม่ จงแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดเก่ากับข้อมูลชุดใหม่
- 3) ในเดือนหนึ่งเด็กคนหนึ่งชั่งน้ำหนัก (กิโลกรัม) 5 ครั้ง ได้ผลดังนี้ 34.4, 34.7, 34.6, 35.0, 34.8 ซึ่งค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักในเดือนนั้นเท่ากับ 34.7 กิโลกรัม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0.2 กิโลกรัม ถ้าเข็มของ เครื่องชั่งบอมน้ำหนักเกินกว่าน้ำหนักที่แท้จริงอยู่ 0.1 กิโลกรัม จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานที่แท้จริงของการชั่งน้ำหนักทั้ง 5 ครั้งนี้
- 4) นักเรียนชั้น ม.6 ห้อง ก. ข. และ ค. สอบวิชาคณิตศาสตร์ หลังจากนั้นครูได้นำคะแนนของนักเรียนแต่ละห้องไปคำนวณได้ผลดังนี้ ห้อง ก. $\bar{x}_1 = 45$ $s_1^2 = 25$ $N_1 = 30$
 ห้อง ข. $\bar{x}_2 = 50$ $s_2^2 = 9$ $N_2 = 35$
 ห้อง ค. $\bar{x}_3 = 47$ $s_3^2 = 36$ $N_3 = 30$

ถ้าเรานำคะแนนของนักเรียนทั้ง 3 ห้องนี้มารวมเป็นชุดเดียวกัน จงหา $\bar{X}$ และ S.D. ของคะแนนสอบของนักเรียนชั้น ม.6

- 5) นักเรียนห้องหนึ่งจำนวน 10 คน สอบได้คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 9.5 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.5 ตามลำดับ ต่อมามีนักเรียนเพิ่มเข้ามาอีก 1 คน ซึ่งผลการสอบของนักเรียนคนนี้ได้คะแนนเท่ากับ 15 คะแนน จงหาคะแนนเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนของนักเรียน 11 คน
- 6) จงทำตามคำสั่งหรือตอบคำถามของแต่ละข้อต่อไปนี้
- จงยกตัวอย่างแสดงว่าพิสัยของข้อมูลชุดหนึ่งอาจมีค่ามากกว่าค่าที่มากที่สุดของข้อมูลชุดนั้นได้
 - เนื่องจาก s^2 คือความแปรปรวน แสดงว่าความแปรปรวนของข้อมูลต้องมีความมากกว่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานจริงหรือไม่
 - ถ้าข้อมูลชุดหนึ่งมีการกระจายมากกว่าข้อมูลอีกชุดหนึ่ง เราสรุปได้หรือไม่ว่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดแรกมีการกระจายมากกว่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดที่สอง
 - ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์นิยมใช้กับค่ากลางใด
 - เส้นโค้งที่แบ่งทางขวาหรือแบ่งทางซ้ายต้องมีการกระจายของข้อมูลมากกว่าเส้นโค้งปกติ
- 7) นักเรียนชั้น ม.6 จำนวน 60 คน สอบวิชาคณิตศาสตร์ ได้คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 10 คะแนน ความแปรปรวนเท่ากับ 4 (คะแนน)² ในจำนวนนักเรียน 60 คนนี้มีนักเรียนหญิง 40 คนสอบได้คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 11 คะแนน ความแปรปรวนเท่ากับ 2.25 (คะแนน)² จงหาคะแนนเฉลี่ยและความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนชาย

ใบความรู้ที่ 25
เรื่อง การวัดการกระจายสัมพัทธ์

ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถอธิบายการวัดการกระจายสัมพัทธ์ของข้อมูลได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ ตัวอย่าง แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู

การวัดการกระจายสัมพัทธ์ เป็นการวัดการกระจาย ซึ่งได้จากการนำค่าที่ได้จากการวัดการกระจายสัมบูรณ์หารด้วยค่ากลางของข้อมูลดังกล่าว ดังนั้นค่าที่ได้จึงเป็นอัตราส่วน และอัตราส่วนที่ได้จะเป็นสิ่งที่นำไปใช้เปรียบเทียบการกระจายของข้อมูลแต่ละกลุ่มว่ากลุ่มใดมีการกระจายมากน้อยกว่ากัน ที่นิยมใช้มี 4 ชนิด คือ

- | | |
|--|---|
| 1. สัมประสิทธิ์ของพิสัย | = $\frac{X_{\max} - X_{\min}}{X_{\max} + X_{\min}}$ |
| 2. สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ | = $\frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$ |
| 3. สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย | = $\frac{M.D.}{\bar{X}}$ |
| 4. สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน | = $\frac{S.D.}{\bar{X}}$ |

ตัวอย่างที่ 1 บริษัทเหล็กเส้นผลิตเหล็กเส้นออกมา 2 ชนิด หลังจากทดลองความทนทาน ผลปรากฏว่าชนิดที่หนึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของความทนทานเท่ากับ 138.61 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 13.50 ชนิดที่สองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของความทนทานเท่ากับ 86.40 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 12.12 จงตัดสินใจว่าเหล็กเส้นชนิดใดมีความทนทานกระจายมากกว่าชนิดใด

วิธีทำ เนื่องจากเราต้องการเปรียบเทียบการกระจายของความทนทานของเหล็กเส้นทั้ง 2 ชนิด ซึ่งโจทย์กำหนดค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานให้ ดังนั้นจึงใช้สัมประสิทธิ์ของการแปรผันในการพิจารณา

$$\begin{aligned}
 \text{สัมประสิทธิ์ของการแปรผันของความทนทานของเหล็กเส้นชนิดที่ 1} &= \frac{S.D.}{\bar{X}} = \frac{13.5}{138.61} \\
 &= 0.0974 = 9.74 \% \\
 \text{สัมประสิทธิ์ของการแปรผันของความทนทานของเหล็กเส้นชนิดที่ 2} &= \frac{S.D.}{\bar{X}} = \frac{12.12}{86.40} \\
 &= 0.1403 = 14.03 \%
 \end{aligned}$$

เนื่องจากสัมประสิทธิ์ของการแปรผันของความทนทานของเหล็กเส้นชนิดที่ 1 น้อยกว่าสัมประสิทธิ์ของการแปรผันของความทนทานของเหล็กเส้นชนิดที่ 2

ดังนั้น ความทนทานของเหล็กเส้นชนิดที่ 1 มีความกระจายของความทนทานน้อยกว่าชนิดที่ 2

ตัวอย่างที่ 2 บริษัทผลิตรองเท้า 2 บริษัทคือบริษัท ก. และบริษัท ข. โดยบริษัท ก. มี 476 คน ได้จ่ายเงินค่าจ้างพนักงานซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตและ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 34.5 และ 5 ตามลำดับ บริษัท ข. มี 524 คน ได้จ่ายเงินค่าจ้างพนักงานซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตและ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 28.5 และ 4.5 ตามลำดับ

- จงหา 1. บริษัทใดเสียค่าใช้จ่ายในการจ้างพนักงานมากที่สุด
2. การกระจายของค่าจ้างของพนักงานบริษัทใดมากกว่ากัน

วิธีทำ 1. ค่าจ้างของบริษัท ก = $476(34.5) = 16,422$ บาท
ค่าจ้างของบริษัท ข = $524(28.5) = 14,934$ บาท
ดังนั้นบริษัท ก เสียค่าจ้างมากกว่าบริษัท ข

2. สัมประสิทธิ์ของการแปรผันค่าจ้างของบริษัท ก = $\frac{5}{34.5} = 0.1449$

สัมประสิทธิ์ของการแปรผันค่าจ้างของบริษัท ข = $\frac{4.5}{28.5} = 0.1579$

ดังนั้นการกระจายของค่าจ้างของพนักงานบริษัท ข มากกว่าบริษัท ก

ตัวอย่างที่ 3 จงใช้สัมประสิทธิ์ของการแปรผันเปรียบเทียบว่าข้อมูลชุดใดมีการกระจายมากกว่า
ชุดที่หนึ่ง 11, 15, 16, 17, 17, 24, 10, 19
ชุดที่สอง 44, 55, 58, 61, 64, 65, 38, 42

วิธีทำ ข้อมูลชุดที่หนึ่ง 11, 15, 16, 17, 17, 24, 10, 19

x_i	x_i^2
11	121
15	225
16	256
17	289
17	289
24	576
10	100
19	361
129	2,217

หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดที่หนึ่ง

$$\bar{x} = \frac{11+15+16+17+17+24+10+19}{8}$$

$$= 16.125$$

หาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดที่หนึ่ง

$$\begin{aligned}
 s &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k x_i^2}{N} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{2,217}{8} - (16.125)^2} \\
 &= \sqrt{277.125 - 260.02} \approx 4.14
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน} &= \frac{s}{\bar{x}} = \frac{4.14}{16.125} \\
 &= 0.257
 \end{aligned}$$

ข้อมูลชุดที่สอง 44, 55, 58, 61, 64, 65, 38, 42

x_i	x_i^2
44	1,936
55	3,025
58	3,364
61	3,721
64	4,096
65	4,225
38	1,444
42	1,764
427	23,575

หาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดที่สอง

$$\bar{x} = \frac{44+55+58+61+64+65+38+42}{8} = 53.375$$

หาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดที่สอง

$$\begin{aligned}
 s &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k x_i^2}{N} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{23,575}{8} - (53.375)^2} \\
 &= \sqrt{2,946.875 - 2,848.8906} \approx 9.90
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน} &= \frac{s}{\bar{x}} = \frac{9.90}{53.375} \\
 &\approx 0.185
 \end{aligned}$$

ใบกิจกรรมที่ 25
เรื่อง การวัดการกระจายสัมพัทธ์

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

- 1) ในการวิเคราะห์ค่าจ้างของพนักงาน 2 บริษัท คือบริษัท A และบริษัท B ซึ่งเป็นบริษัทที่ผลิตสินค้าชนิดเดียวกัน ได้ผลดังนี้

คะแนน	บริษัท A	บริษัท B
จำนวนคนงาน	586 คน	648 คน
ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	52.50 บาท	47.50 บาท
ความแปรปรวน	100 (บาท) ²	121 (บาท) ²

จงหา

1. บริษัทใดเสียค่าจ้างคนงานมากที่สุด
2. การกระจายของค่าจ้างของพนักงานบริษัทใดมากที่สุด
3. ถ้ารวมทั้งสองบริษัทเข้าด้วยกัน จงหา
 - 3.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของค่าจ้าง
 - 3.2 ความแปรปรวนของค่าจ้าง

- 2) กำหนดให้สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ของข้อมูลชุดหนึ่งเท่ากับ $\frac{2}{3}$ และส่วนเบี่ยงเบน

ควอร์ไทล์เท่ากับ 2 เราสรุปได้หรือไม่ว่า 75 % ของข้อมูลทั้งหมดอยู่ระหว่าง 1 กับ 3

แนวคิด เนื่องจากควอร์ไทล์คือค่าที่แบ่งจำนวนข้อมูลซึ่งเรียงจากน้อยไปหามาก ออกเป็น 4 ส่วนเท่าๆกันและโจทย์ต้องการให้พิจารณาเกี่ยวกับ 75 % ของข้อมูลทั้งหมด นั่นคือให้พิจารณาว่า 3 ใน 4 ของจำนวนข้อมูลทั้งหมดมีค่าอยู่ระหว่าง 1 กับ 3 จริงหรือไม่

- 3) จงเปรียบเทียบว่าข้อมูลชุดใดมีการกระจายมากกว่า

ชุดที่หนึ่ง 10, 14, 15, 16, 16, 22, 8, 18

ชุดที่สอง 44, 52, 56, 62, 62, 64, 36, 40

โดยใช้สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน

ใบความรู้ที่ 26
เรื่อง การวัดการกระจายของข้อมูล

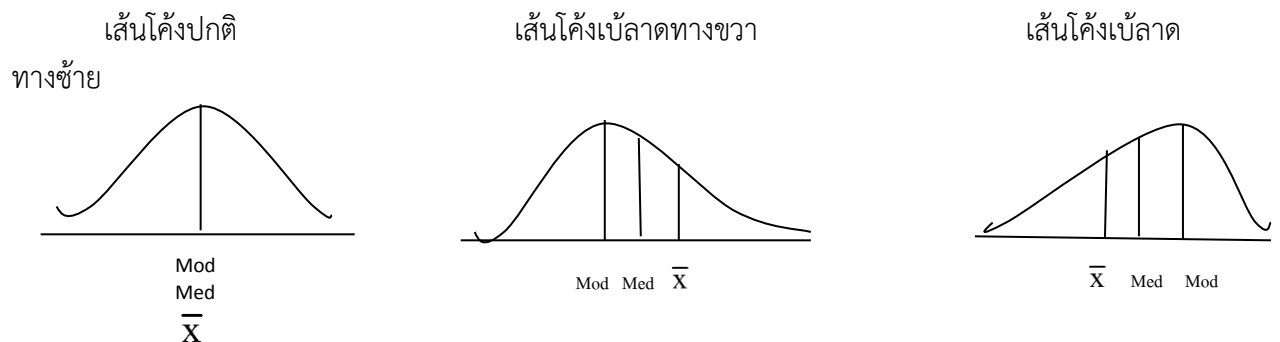
ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถอธิบายการวัดการกระจายของข้อมูลได้

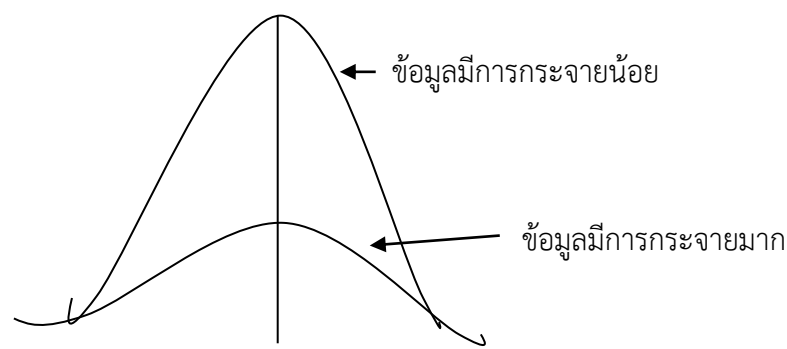
คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ ตัวอย่าง แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู

ความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงความถี่ ค่ากลาง และการกระจายของข้อมูล

จากเรื่องการแจกแจงความถี่ของข้อมูลที่กล่าวมาแล้ว จะเห็นว่าโดยทั่วไป เส้นโค้งของความถี่แบ่งออกได้ 3 แบบ คือ เส้นโค้งปกติ หรือรูประฆัง (normal or bell- shaped curve) เส้นโค้งเบ้ลาดทางขวา หรือทางบวก (positively shaped curve) และ เส้นโค้งเบ้ลาดทางซ้ายหรือทางลบ (negatively shaped curve) ซึ่งเส้นโค้งเหล่านี้จะเกี่ยวข้องกับค่ากลางของข้อมูล ดังรูป



โดยทั่วไปเส้นโค้งปกติจะมีความโด่งไม่เหมือนกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับ การกระจายของข้อมูล ถ้าข้อมูลมีการกระจายมาก เส้นโค้งปกติจะมีความโด่งน้อย แต่ถ้าข้อมูลมีการกระจายน้อย เส้นโค้งปกติจะมีความโด่งมาก ดังรูป



ใบกิจกรรมที่ 26
เรื่อง การวัดการกระจายสัมพัทธ์ (2)

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

- 1) จงหาว่าข้อมูลกลุ่มใดมีการกระจายมากกว่า

การกระจาย A 4, 5, 6, 2, 2, 3, 4, 10

การกระจาย B 36, 40, 35, 36, 34, 33 โดยใช้สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน

- 2) ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนซึ่งมีคะแนนเต็ม 20 คะแนน ปรากฏว่านักเรียนแต่ละกลุ่มได้คะแนนดังนี้

กลุ่มที่ 1 13, 15, 19, 9, 6, 14, 16, 11, 5, 10

กลุ่มที่ 2 7, 11, 14, 13, 12, 10, 9, 12, 8, 20

จงเปรียบเทียบการกระจายของคะแนนของนักเรียนสองกลุ่มโดยใช้สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน

แบบฝึกทักษะชุดที่ 11
เรื่อง การวัดการกระจายสัมพัทธ์

- 1) จงเปรียบเทียบการกระจายของอายุบุตรสองครอบครัว โดยที่อายุบุตรทั้งสองครอบครัวเป็นดังนี้
 อายุบุตรในครอบครัวที่หนึ่ง (ปี) 6, 5, 3, 1
 อายุบุตรในครอบครัวที่หนึ่ง (ปี) 25, 24, 22, 21, 17
 1. ใช้สัมประสิทธิ์ของพิสัย
 2. ใช้สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์
 3. ใช้สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ย
 4. ใช้สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน

- 2) ถ้าราคาข้าวเปลือกและราคาข้าวสารต่อถังของร้านค้าข้าวที่สำรวจมาเป็นตัวอย่าง 6 ร้าน ในท้องที่แห่งหนึ่ง เป็นดังนี้

ราคาข้าวเปลือก (บาท)	72	75	73	74	76	71
ราคาข้าวสาร (บาท)	115	118	112	114	117	110

 จงหาสัมประสิทธิ์ของการแปรผันและสัมประสิทธิ์ของพิสัยของราคาข้าวเปลือกและราคาข้าวสาร พร้อมทั้งอธิบายความหมายของค่าที่ได้

- 3) จากการสอบถามนักเรียนชั้น ป.2 ป.6 ม.3 และ ม.6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งถึงจำนวนเงินที่ผู้ปกครองให้มาใช้ที่โรงเรียนในแต่ละวันปรากฏว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และค่าความแปรปรวนของจำนวนเงินที่นักเรียนในแต่ละชั้นได้มาใช้เป็นดังนี้

	ป.2	ป.6	ม.3	ม.6
ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	18	20	22	25
ความแปรปรวน	24	40	40	51

 จงเปรียบเทียบการกระจายของจำนวนเงินที่นักเรียนในแต่ละชั้นได้มาใช้ในแต่ละวันและอธิบายความหมายของค่าที่ได้

- 4) สัมประสิทธิ์ของพิสัยของความสูงของนักเรียนในชั้นเป็น 0.0625 ถ้าความสูงของนักเรียนที่สูงที่สุดในชั้นเป็น 170 ซม. จงหาความสูงของนักเรียนที่เตี้ยที่สุด

- 5) ข้อมูลชุดหนึ่งมีสัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยเท่ากับ 0.12 และส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยเท่ากับ 8.5 จงหา สัมประสิทธิ์ของการแปรผัน ถ้าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10

- 6) ในโรงพยาบาล ก. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักของเด็กแรกเกิดจำนวน 100 คน เท่ากับ 2700 กรัม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 300 กรัม และในโรงพยาบาล ข. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักของเด็กแรกเกิดจำนวน 100 คน เท่ากับ 2600 กรัม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 400 กรัม จงพิจารณาว่าน้ำหนักของเด็กแรกเกิดในโรงพยาบาลแห่งใดมีความแตกต่างมากกว่ากัน

- 7) รายได้ของพนักงานของบริษัทแห่งหนึ่งดังนี้

รายได้	จำนวนพนักงาน
ต่ำกว่า 34.5	8
35– 37	13
38 – 40	20
41 – 43	12
มากกว่า 43.5	7

- จงหา
1. ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์
 2. สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์

- 8) บริษัทผลิตหลอดภาพทางโทรทัศน์บริษัทหนึ่ง ได้ผลิตหลอดภาพออกมาจำหน่าย 2 ชนิด คือชนิด A และ B โดยที่ชนิด A มีอายุเฉลี่ยของการใช้งานเท่ากับ 1495 ชั่วโมง และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 280 ชั่วโมง ชนิด B มีอายุเฉลี่ยของการใช้งานเท่ากับ 1875 ชั่วโมง และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 310 ชั่วโมง จงเปรียบเทียบดูว่าอายุการใช้งานของหลอดไฟชนิดใดมีการกระจายมากกว่ากัน
- 9) ในการสอบของโรงเรียนแห่งหนึ่งพบว่าวิชาคณิตศาสตร์ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนของนักเรียน 150 คน เท่ากับ 78 คะแนนและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 8.0 วิชาภาษาอังกฤษ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 73 คะแนนและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 7.6 อยากทราบว่าวิชาใดมีการกระจายของคะแนนน้อยที่สุด
- 10) นักเรียนชั้น ม.6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งมี ห้อง คือห้อง ก และ ข ถ้าท่านมีโอกาสที่จะเลือกสอนนักเรียนห้องใดห้องหนึ่ง โดยที่ท่านคิดว่าจะเลือกสอนห้องที่นักเรียนมีความฉลาดเฉลียวกันมากที่สุด ผลการทดสอบ I.Q. ของนักเรียนทั้งสองห้อง ปรากฏว่าได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 115 เท่ากัน แต่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ I.Q. ของห้อง ก เท่ากับ 3 และของห้อง ข เท่ากับ 5 ท่านจะเลือกสอนห้องใดจึงจะตรงกับความต้องการของท่าน

ใบความรู้ที่ 27
เรื่อง ค่ามาตรฐาน

ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาค่ามาตรฐานของข้อมูลและนำไปใช้ได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ ตัวอย่าง แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู

ค่ามาตรฐาน

ในการจัดทำข้อมูลทางสถิติ ในบางครั้งมีการเปรียบเทียบผลที่ได้ระหว่างข้อมูล 2 กลุ่ม เช่น นายวสุพลสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้ 60 คะแนน และสอบวิชาภาษาไทยได้ 57 คะแนน จากข้อมูลดังกล่าวจะสรุปว่า นายวสุพลสอบวิชาคณิตศาสตร์ดีกว่าวิชาภาษาไทยได้หรือไม่ คำตอบคือไม่ได้ เพราะถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ 65 คะแนน และค่าเฉลี่ยเลขคณิตวิชาภาษาไทยเท่ากับ 50 คะแนน แสดงว่าเขาไม่ได้เก่งวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อให้การเปรียบเทียบดังกล่าวมีความหมายชัดเจนเราจึงเปลี่ยนข้อมูลให้เป็นหน่วยเดียวกันโดยใช้ค่ามาตรฐาน

$$Z = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$$

เมื่อ Z คือ ค่ามาตรฐานของ x

x_i คือ ค่าของข้อมูลที่ต้องการทำเป็นค่ามาตรฐาน

$\bar{x}$ คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

S คือ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ตัวอย่างที่ 1 นายสุภณัฐสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้ 51 คะแนน สอบวิชาเคมีได้ 45 คะแนน สอบวิชาภาษาอังกฤษได้ 52 คะแนน โดยแต่ละวิชามีคะแนนเต็ม 100 คะแนน ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของวิชาคณิตศาสตร์ เคมี และภาษาอังกฤษ เท่ากับ 48, 42, 48 และ 3, 2, 5 ตามลำดับ จงพิจารณาผลการสอบของนายสุภณัฐ

วิธีทำ จาก $Z = \frac{x - \bar{x}}{s}$

วิชาคณิตศาสตร์ $\bar{x} = 48$, $s = 3$ และ $x = 51$ หาค่ามาตรฐานได้ดังนี้

$$Z_1 = \frac{51 - 48}{3} = 1$$

วิชาเคมี $\bar{x} = 42$, $s = 2$ และ $x = 45$ หาค่ามาตรฐานได้ดังนี้

$$Z_2 = \frac{45 - 42}{2} = 1.5$$

วิชาภาษาอังกฤษ $\bar{x} = 48$, $s = 5$ และ $x = 52$ หาค่ามาตรฐานได้ดังนี้

$$Z_3 = \frac{52 - 48}{5} = 0.8$$

จากคะแนนมาตรฐานของทั้ง 3 วิชา จะพบว่า $Z_2 > Z_1 > Z_3$

แสดงว่า นายสุภณัฐทำคะแนนวิชาเคมีได้ดีที่สุด รองลงมาเป็นวิชาคณิตศาสตร์และวิชาคณิตศาสตร์ตามลำดับ

ตัวอย่างที่ 2 ในการสอบคัดเลือกเข้าทำงานแห่งหนึ่งมีวิชาที่ต้องสอบ 2 วิชา ปรากฏว่าจากผู้สมัครทั้งหมด มีผู้ได้คะแนนรวมสูงสุดเท่ากัน 3 คน คือนายสมชาย นายสมบัติ และนายสมพล ซึ่งคะแนนแต่ละวิชาดังนี้

	วิชาที่ 1	วิชาที่ 2
นายสมชาย	73	72
นายสมบัติ	80	65
นายสมพล	72	73
ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	75	70
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	5	10

ถ้าหน่วยงานแห่งนี้ต้องการรับเพียงคนเดียว และสำรองไว้ 1 คน ผู้ใดจะได้รับเลือก

วิธีทำ พิจารณาค่ามาตรฐานคะแนนของนายสมชาย

$$Z_1 = \frac{73 - 75}{5} = -0.4$$

$$Z_2 = \frac{72 - 70}{10} = 0.2$$

$$\text{เฉลี่ยค่ามาตรฐานคะแนนของนายสมชาย} = \frac{-0.4 + 0.2}{2} = -0.1$$

พิจารณาค่ามาตรฐานคะแนนของนายสมบัติ

$$Z_1 = \frac{80 - 75}{5} = 1.0$$

$$Z_2 = \frac{65 - 70}{10} = -0.5$$

$$\text{เฉลี่ยค่ามาตรฐานคะแนนของนายสมบัติ} = \frac{1.0 - 0.5}{2} = 0.25$$

พิจารณาค่ามาตรฐานคะแนนของนายสมพล

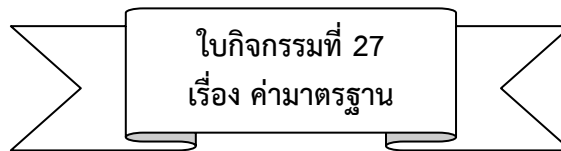
$$Z_1 = \frac{72 - 75}{5} = -0.6$$

$$Z_2 = \frac{73 - 70}{10} = 0.3$$

$$\text{เฉลี่ยค่ามาตรฐานคะแนนของนายสมพล} = \frac{-0.6 + 0.3}{2} = -0.15$$

พบว่าค่ามาตรฐานคะแนนสอบของนายสมบัติมากที่สุด

ดังนั้นจึงเลือกนายสมบัติ



คำชี้แจง ให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

- 1) กำหนดข้อมูลที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 45.2 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10.4 จงหาค่ามาตรฐานของค่าต่อไปนี้

ข้อ	ข้อมูล	ค่ามาตรฐาน
1	55	
2	41	
3	45.2	
4	31.5	
5	68.4	
6	18.9	

- 2) กำหนดข้อมูลที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 71.8 และความแปรปรวนเท่ากับ 40.96 จงหาค่ามาตรฐานของค่าต่อไปนี้

ข้อ	ข้อมูล	ค่ามาตรฐาน
1	62.5	
2	64.9	
3	71.9	
4	78.6	
5	80.0	
6	85.5	

ใบกิจกรรมที่ 28
เรื่อง ค่ามาตรฐาน (2)

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู

สิ่งที่ควรรู้เกี่ยวกับค่ามาตรฐาน

1. ค่ามาตรฐานมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1
2. ถ้าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 0 เราไม่สามารถหาค่ามาตรฐานของข้อมูลชุดนั้นได้
3. ถ้าเราทราบค่า 3 จำนวนจากค่าต่อไปนี้ $Z, x, \bar{x}, s$ เราจะสามารถหาค่าของอีกจำนวนหนึ่งได้เสมอ
4. ถ้า $x > \bar{x}$ จะได้ $Z > 0$ และถ้า $x < \bar{x}$ จะได้ $Z < 0$

คำสั่ง ให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

- 1) ในการสอบวิชาเคมีของนักเรียนห้องหนึ่ง ถ้าธนพรสอบได้ 55 คะแนน คิดเป็นคะแนนมาตรฐานเท่ากับ 0.5 และถ้าสัมประสิทธิ์ของการแปรผันของนักเรียนห้องนี้มีค่า 20 % จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

- 2) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของการสอบของนักเรียนห้องหนึ่งเท่ากับ 538 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 83.2 คะแนน ถ้านายมงคล และนายเฉลิม ได้คะแนนมาตรฐานต่างกัน 0.7 แล้วคะแนนสอบของนายมงคล และนายเฉลิม จะต่างกันอยู่เท่าใด

- 3) ในการสอบกลางภาคของนักเรียนชั้น ม.5 ผลปรากฏว่า ได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบของทุกคนเท่ากับ 55 และ 15 คะแนน ตามลำดับ
 1. ถ้าครูตั้งเกณฑ์ว่า ผู้ที่สอบผ่าน จะต้องได้ค่ามาตรฐานของคะแนนไม่ต่ำกว่า 0.5 ถ้านายดำรงสอบได้ 60 คะแนน จงหาว่าดำรงสอบผ่านหรือไม่
 2. ถ้าครูตั้งเกณฑ์ว่า ผู้ที่สอบผ่าน จะต้องได้คะแนนไม่ต่ำกว่า 50 คะแนน ถ้านายดิเรกสอบได้ค่ามาตรฐาน - 0.5 จงหาว่า นายดิเรกสอบผ่านหรือไม่

- 4) จากการสอบถามอายุของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง และหาค่ามาตรฐานของอายุ ผลปรากฏว่าสมชายมีอายุ 16 ปี 8 เดือน มีค่ามาตรฐานเท่ากับ และสุเทพมีอายุ 15 ปี 4 เดือน มีค่ามาตรฐานเท่ากับ -2
 1. จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของอายุของนักเรียนกลุ่มนี้
 2. จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของอายุของนักเรียนกลุ่มนี้
 3. ถ้าสมบัติเป็นนักเรียนกลุ่มนี้ และมีค่ามาตรฐานของอายุเท่ากับ 1.25 จงหาอายุของสมบัติ
 4. ถ้าสมควรเป็นนักเรียนกลุ่มนี้ และมีอายุ 16 ปี 10 เดือน จงหาค่ามาตรฐานของอายุของสมควร

แบบฝึกทักษะชุดที่ 12
เรื่อง ค่ามาตรฐาน

- 1) ในการสอบวิชาหนึ่ง ปรากฏว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนเท่ากับ 65 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10 นักเรียนคนหนึ่งสอบวิชานี้ได้ 75 คะแนน ถ้าโรงเรียนตัดสินว่าผู้ที่สอบได้ต้องได้คะแนนมาตรฐานไม่ต่ำกว่า 1.5 อยากทราบว่านักเรียนคนนี้สอบผ่านหรือไม่
- 2) ผลการสอบกลางภาคของวิชาภาษาไทย นายเพ็ญสอบได้คะแนน 10 คะแนน ซึ่งคิดเป็นคะแนนมาตรฐานเท่ากับ - 0.75 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของวิชาภาษาไทยเท่ากับ 4 และคะแนนมาตรฐานของคะแนนสอบของนายพลเท่ากับ 1.5 จงหาคะแนนสอบของนายพล
- 3) ในการสอบวิชาสังคมปรากฏว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนเท่ากับ 530 คะแนน ถ้าน้อย น้ำ นุ่น เป็นนักเรียนในชั้นนี้ และ น้อยสอบได้ 656 คะแนน ซึ่งเมื่อคิดเป็นคะแนนมาตรฐานแล้วมีค่าเท่ากับ 1.2 จงหา
 1. คะแนนมาตรฐานของน้ำ ถ้าน้ำสอบได้ 509 คะแนน
 2. นุ่นสอบได้คะแนนเท่าใด ถ้านุ่นได้คะแนนมาตรฐานเท่ากับ 1
- 4) ในการสอบคัดเลือกเข้าทำงานของบริษัทแห่งหนึ่ง บริษัทต้องการรับเพียงคนเดียว แต่มีผู้เข้าสอบ 3 คน คือ นาย ก, ข และ ค และผลสอบปรากฏผลดังตาราง

	สังคมศึกษา	ภาษาอังกฤษ	คณิตศาสตร์
นาย ก	96	57	76
นาย ข	70	73	86
นาย ค	72	63	94
ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	71	65	74
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	12	4	6

ถ้าท่านเป็นผู้ตัดสิน ท่านจะเลือกใครเข้าทำงาน

- 5) โรงเรียนแห่งหนึ่งคิดคะแนนสอบเป็นคะแนนมาตรฐาน โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 550 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 50 คะแนน ถ้าคะแนนเต็ม 1000 คะแนน นายวุธสอบได้คะแนนมาตรฐานเท่ากับ 1.5 ถ้าคิด เป็นเปอร์เซ็นต์ นายวุธสอบได้กี่เปอร์เซ็นต์
- 6) แดงเป็นนักเรียนชั้น ม.6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง ซึ่งมีนักเรียนทั้งหมด 84 คน ผลการสอบปรากฏว่า ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนเท่ากับ 120 คะแนน ถ้า นัฐสอบได้ 700 คะแนน คิดเป็นคะแนนมาตรฐานเท่ากับ 0.75
 1. จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนในการสอบครั้งนี้
 2. ถ้ามีนักเรียน 2 คน ได้คะแนนต่างกัน 60 คะแนน อยากทราบว่าคะแนนมาตรฐานของคนทั้ง 2 ต่างกันเท่าใด
 3. ถ้ามีนักเรียน 2 คน ได้คะแนนมาตรฐานต่างกันอยู่ 1 อยากทราบว่าคะแนนของคนทั้ง 2 ต่างกันเท่าใด
- 7) นักเรียน 2 คน มีผลการสอบดังนี้ คนแรกสอบได้ 88 คะแนน คิดเป็นคะแนนมาตรฐาน 0.8 คนที่สองสอบได้ 64 คะแนน คิดเป็นคะแนนมาตรฐาน - 0.4 จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบครั้งนี้

- 8) สมศักดิ์เป็นนักเรียนชั้น ม. 5 ในภาคต้น เขาสอบคณิตศาสตร์ได้คะแนน 78 คะแนน ในขณะที่ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 62 และ 10 คะแนน ตามลำดับ ในปลายภาคเขาสอบคณิตศาสตร์ได้ 84 คะแนน ในขณะที่ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 65 และ 12 คะแนน ตามลำดับ จงเปรียบเทียบความสามารถในการเรียนคณิตศาสตร์ของนายสมศักดิ์ในภาคต้นและภาคปลาย
- 9) ตารางต่อไปนี้ แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบวิชาภาษาไทยและภาษาอังกฤษของนักเรียนห้องหนึ่ง

วิชา	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน
ภาษาไทย	64	12
ภาษาอังกฤษ	72	10

ถ้าดาราเป็นนักเรียนในห้องนี้ สอบภาษาไทย และภาษาอังกฤษ ได้คะแนน 84 และ 90 คะแนน ตามลำดับ จงเปรียบเทียบความสามารถในการเรียนภาษาไทย และภาษาอังกฤษของดารา

- 10) ในการสอบคัดเลือกเข้าศึกษาต่อในสถาบันแห่งหนึ่ง มีวิชาที่ต้องสอบ 3 วิชา คือ คณิตศาสตร์ ภาษาไทย และภาษาอังกฤษ โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนสอบ และผลการสอบของ นาย ก นาย ข และนาย ค ดังตาราง

	คณิตศาสตร์	ภาษาอังกฤษ	ภาษาไทย
นาย ก	70	70	75
นาย ข	75	65	75
นาย ค	70	70	70
ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	70	70	80
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	5	10	5

จงเปรียบเทียบความสามารถในการเรียนของคนทั้งสาม

- 11) ห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่งให้รางวัลพิเศษประจำเดือนแก่พนักงาน ที่สามารถทำค่ามาตรฐานของยอดขายประจำเดือน ตั้งแต่ 2.00 ขึ้นไป โดยให้โบนัสพิเศษ 10 % ปรากฏว่าในเดือนมกราคม พนักงานที่ขายได้ต่ำกว่า 5,000 บาท จะไม่ได้รับโบนัสพิเศษ จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของยอดขาย ประจำเดือนมกราคม เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของยอดขายประจำเดือนมกราคมเท่ากับ 250 บาท
- 12) ในการทดสอบเวลาที่ใช้ในการวิ่งระยะทาง 400 เมตร ของนักเรียนกลุ่มหนึ่งมีเกณฑ์ว่าผู้ที่ผ่านการคัดเลือก ต้องได้ค่ามาตรฐานของเวลาที่ใช้ในการวิ่งไม่เกิน 1.20 ผลการทดสอบปรากฏว่า นักกรีฑาที่ใช้ในการวิ่ง มากกว่า 50 วินาที ไม่ผ่านการทดสอบ
1. จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของเวลาที่ใช้ในการวิ่ง เมื่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเวลาที่ใช้ในการวิ่งเท่ากับ 2.5 วินาที
 2. จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของเวลาที่ใช้ในการวิ่ง เมื่อค่าเฉลี่ยเลขคณิตของเวลาที่ใช้ในการวิ่งเท่ากับ 44 วินาที

- 13) จากการสำรวจน้ำหนักของนักเรียนห้องหนึ่ง พบว่า ความแปรปรวนของน้ำหนักเท่ากับ 42.25 กิโลกรัม ถ้านายนิกรหนัก 50 กิโลกรัม ซึ่งคิดเป็นค่ามาตรฐานเท่ากับ 1.50
1. จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักของนักเรียนทั้งห้อง
 2. ถ้านุกูล ละนิตยามีน้ำหนักต่างกัน 6.5 กิโลกรัม จงหาค่ามาตรฐานของน้ำหนักของคนทั้งสอง ต่างกันเท่าใด
 3. ถ้ากันยา และกมล มีค่ามาตรฐานของน้ำหนักต่างกัน 1.20 จงหาว่าน้ำหนักของคนทั้งสองต่างกันเท่าใด
- 14) ตารางต่อไปนี้ เป็นคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 4 ครั้ง ของสุพจน์ และ ชาตรี จงเปรียบเทียบความสามารถในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของคนทั้งสอง

ครั้งที่	ค่าเฉลี่ยเลขคณิต	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	คะแนนของสุพจน์	คะแนนของชาตรี
1	130	22	152	141
2	75	10	70	55
3	38	7	59	38
4	200	60	140	320

- 15) ข้อมูลชุดหนึ่งมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.5 มีผลรวมของค่าทุกค่าในข้อมูลเท่ากับ 450 และมีผลรวมของกำลังสองของค่ามาตรฐานของค่าทุกค่าเท่ากับ 15
1. ถ้า $x = 37$ เป็นค่าในข้อมูล จงหาค่ามาตรฐานของ x
 2. จงหาค่าในข้อมูลที่มีค่ามาตรฐานเท่ากับ -1
- 16) นักเรียนห้องหนึ่งมี 50 คน จากการสอบวิชาภาษาไทย ได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และความแปรปรวนของคะแนนนักเรียนทั้งชั้นเท่ากับ 62 และ 81 คะแนนตามลำดับ เมื่อครูหาผลรวมของค่ามาตรฐานของคะแนนของนักเรียนทุกคน ยกเว้นนายสมคิดและนายสมชาย ซึ่งได้คะแนนเท่ากัน ปรากฏว่าได้ผลรวมเท่ากับ -0.80 จงหาคะแนนของสมคิดและของสมชาย
- 17) ผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน 20 คน มีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 60 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10 ถ้าผลรวมของค่ามาตรฐานของคะแนนของนักเรียนกลุ่มนี้เพียง 19 คน เท่ากับ 2.5 แล้วนักเรียนอีก 1 คน ที่เหลือจะสอบได้ที่คะแนน

ใบความรู้ที่ 28
เรื่อง การแจกแจงปกติ

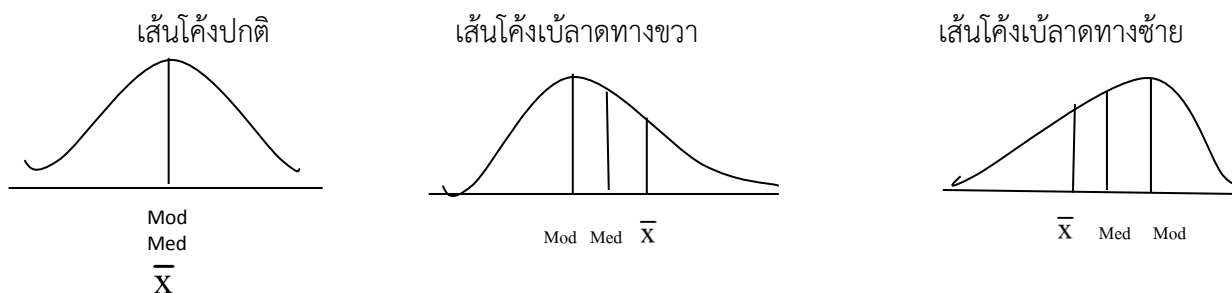
ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถอธิบายการแจกแจงปกติของข้อมูลได้

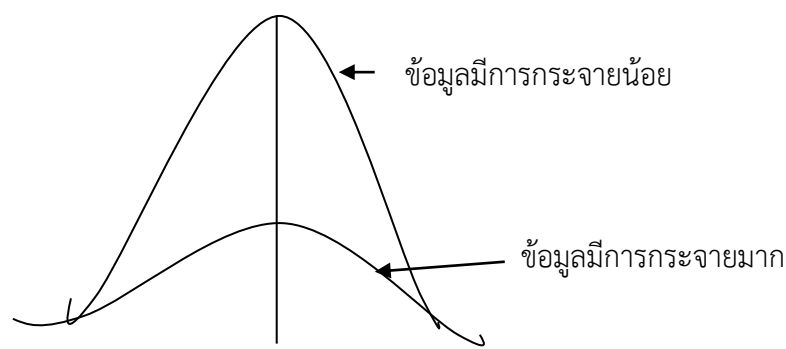
คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ ตัวอย่าง แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู

ความสัมพันธ์ระหว่างการแจกแจงความถี่ ค่ากลาง และการกระจายของข้อมูล

จากเรื่องการแจกแจงความถี่ของข้อมูลที่กล่าวมาแล้ว จะเห็นว่าโดยทั่วไป เส้นโค้งของความถี่แบ่งออกได้ 3 แบบ คือ เส้นโค้งปกติ หรือรูประฆัง (normal or bell-shaped curve) เส้นโค้งเบ้ลาดทางขวา หรือทางบวก (positively shaped curve) และ เส้นโค้งเบ้ลาดทางซ้ายหรือทางลบ (negatively shaped curve) ซึ่งเส้นโค้งเหล่านี้จะเกี่ยวข้องกับค่ากลางของข้อมูล ดังรูป



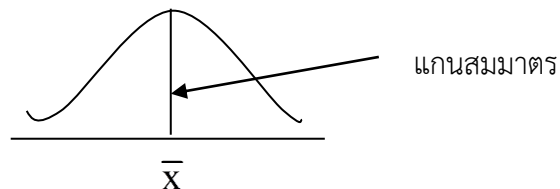
โดยทั่วไปเส้นโค้งปกติจะมีความโด่งไม่เหมือนกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับ การกระจายของข้อมูล ถ้าข้อมูลมีการกระจายมาก เส้นโค้งปกติจะมีความโด่งน้อย แต่ถ้าข้อมูลมีการกระจายน้อย เส้นโค้งปกติจะมีความโด่งมาก ดังรูป



จากเรื่องฮิสโตแกรมได้กล่าวไว้ว่า พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแต่ละรูปในฮิสโตแกรมแทนความถี่ของแต่ละอันตรภาคชั้น ถ้าเขียนรูปหลายเหลี่ยมของความถี่และปรับรูปหลายเหลี่ยมของความถี่ให้เป็นเส้นโค้งเรียบ จะได้เส้นโค้งของความถี่ซึ่งพื้นที่ภายใต้เส้นโค้งของความถี่จะแทนความถี่ของค่าจากการสังเกตทั้งหมด

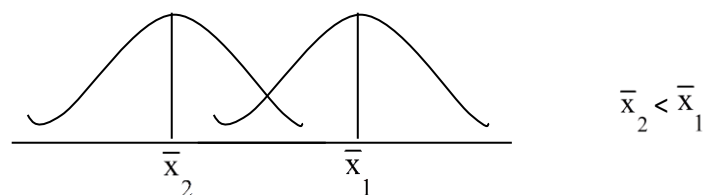
เส้นโค้งของความถี่ที่พบเสมอๆ มักเป็นรูประฆัง ซึ่งเราเรียกว่า เส้นโค้งปกติ การแจกแจงความถี่ของข้อมูลซึ่งให้เส้นโค้งที่มีลักษณะเป็นรูประฆัง เรียกว่า การแจกแจงปกติ สมการของเส้นโค้งนี้ขึ้นอยู่กับค่า 2 ค่า คือค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ถ้ากำหนดค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานให้จะสามารถหาสมการของเส้นโค้งปกติได้แต่ยังไม่สามารถศึกษาได้ในระดับนี้ จึงขอแสดงลักษณะของเส้นโค้งปกติ ดังนี้

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม มีค่าเท่ากัน และอยู่ ณ ตำแหน่งที่เส้นโค้งโด่งที่สุด
2. เส้นที่ลากตั้งฉากกับแกนนอน ณ จุดที่เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นแกนสมมาตร และแกนสมมาตรดังกล่าวจะแบ่งพื้นที่ภายใต้เส้นโค้งปกติออกเป็น 2 ส่วนเท่าๆกัน

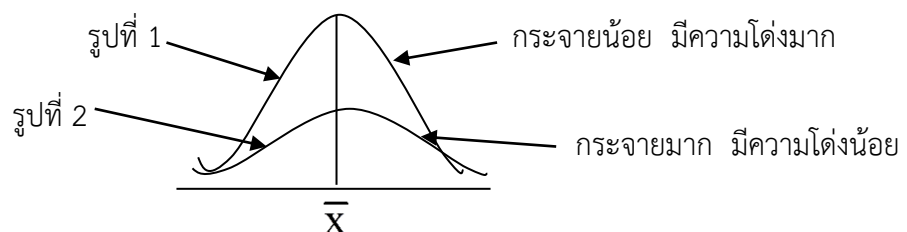


3. ถ้าเราลากเส้นโค้งปกติให้ห่างจากค่าเฉลี่ยเลขคณิตมากขึ้นเรื่อยๆ เส้นโค้งดังกล่าวจะเข้าใกล้แกนนอนมากขึ้น แต่จะไม่ตัดแกนนอน
4. พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติจะมีค่าเท่ากับ 1 เสมอ หรือ 100 %

ลักษณะของเส้นโค้งปกติที่ค่าเฉลี่ยเลขคณิตไม่เท่ากัน แต่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากัน เส้นโค้งปกติทั้งสองจะมีลักษณะรูปร่างเหมือนกัน จะต่างกันที่ตำแหน่งของค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่านั้น



ลักษณะของเส้นโค้งปกติที่ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากัน แต่ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เท่ากัน เส้นโค้งปกติทั้งสองจะมีตำแหน่งของค่าเฉลี่ยเลขคณิตที่เดียวกัน แต่เส้นโค้งจะมีความโด่งแตกต่างกัน



ลักษณะของเส้นโค้งปกติที่ค่าเฉลี่ยเลขคณิตไม่เท่ากันและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เท่ากัน เส้นโค้งปกติทั้งสองจะมีตำแหน่งของค่าเฉลี่ยเลขคณิตคนละที่ และเส้นโค้งจะมีความโด่งแตกต่างกัน

ใบความรู้ที่ 29
เรื่อง พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ

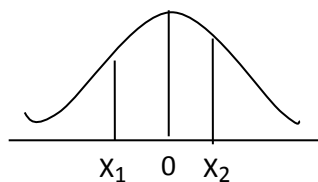
ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ ตัวอย่าง แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู

พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ

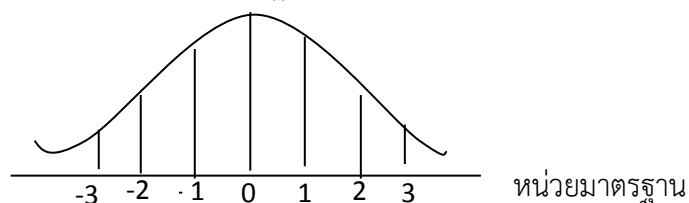
จากที่กล่าวมาแล้ว ถ้าเราทราบสมการของเส้นโค้งปกติ จะหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติซึ่งอยู่ระหว่างค่า X สองค่าใดๆ คือ $X = x_1$ และ ได้โดยใช้วิธีการของแคลคูลัส ซึ่งค่อนข้างยุ่งยาก



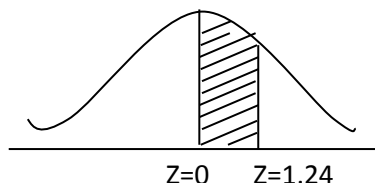
ในทางปฏิบัติ จะหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติได้โดยใช้ตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้ง แต่เนื่องจากเป็นไปไม่ได้ที่จะสร้างตารางหลายๆตารางมาแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ ซึ่งมีค่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ต่างกัน จึงใช้วิธีการแปลงค่า x ให้เป็นค่ามาตรฐาน Z โดยใช้สูตร $Z = \frac{x - \bar{x}}{s}$ หรือ $Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$

ซึ่งถ้าทำเป็นหน่วยมาตรฐานแล้วจะมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 0 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 1 ดังนั้นตารางที่แสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ จึงเป็นตารางที่ข้อมูลได้ทำเป็นหน่วยมาตรฐานเรียบร้อยแล้ว เราเรียกเส้นโค้งปกติที่มีหน่วยเป็นหน่วยมาตรฐานว่า เส้นโค้งปกติมาตรฐาน

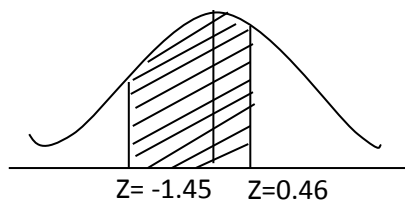


สำหรับการหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งจากตารางนั้น พื้นที่ที่กำหนดไว้ในตารางจะเป็นพื้นที่จาก $Z = 0$ ไปถึงค่ามาตรฐานที่ต้องการหาเท่านั้น เช่น ถ้านักเรียนเปิดตารางและดูที่ค่า $Z = 1.24$ จะพบว่าในตารางจะบ่งบอกพื้นที่ เท่ากับ .3925 แสดงว่าพื้นที่ตั้งแต่ $Z = 0$ ถึง $Z = 1.24$ เท่ากับ .3925 หรือ 39.25



ตัวอย่างที่ 1 จงหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติระหว่าง $Z = -1.45$ และ $Z = .46$

วิธีทำ ควรเขียนรูปเพื่อดูพื้นที่ที่ต้องการหา



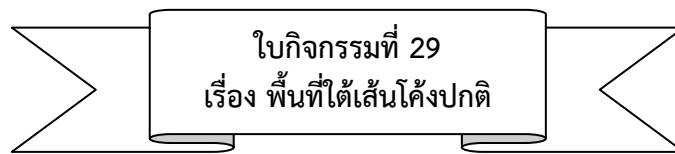
จากรูปพบว่าพื้นที่ที่ต้องการหาหมายถึงพื้นที่ระหว่าง $z = -1.45$ กับ $z = 0$ รวมกับพื้นที่ระหว่าง $z = 0$ กับ $z = 0.46$

พื้นที่ระหว่าง $z = -1.45$ กับ $z = 0$ จะเท่ากับพื้นที่ระหว่าง $z = 0$ กับ $z = 1.45$

ซึ่งมีพื้นที่เท่ากับ 0.4265

พื้นที่ระหว่าง $z = 0$ กับ $z = 0.46$ เท่ากับ .1772

$$\therefore \text{พื้นที่ที่ต้องการเท่ากับ } .4265 + .1772 = 0.6037$$



คำชี้แจง ให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

จงหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติระหว่างค่ามาตรฐาน 2 ค่าต่อไปนี้

1. $Z = .79$ และ $Z = 1.5$

2. $Z = .08$ และ $Z = 1.76$

3. $Z = -2.45$ และ $Z = -1.52$

4. มากกว่า $Z = 1.79$

5. มากกว่า $Z = -1.39$

6. $Z = -1.93$ และ $Z = 2.5$

7. น้อยกว่า $Z = 1.24$

8. น้อยกว่า $Z = -1.89$

9. $Z = -1.45$ และ $Z = -2.57$

10. $Z = -1.05$ และ $Z = 2.47$

ใบความรู้ที่ 30
เรื่อง พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ (2)

ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ ตัวอย่าง แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู

ตัวอย่างที่ 3 ในการสอบครั้งหนึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 45 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10 คะแนน ถ้าการสอบครั้งนี้มีการแจกแจงปกติ จงหาเปอร์เซ็นต์

- 1) คะแนนสอบระหว่าง 27.5 คะแนน กับ 63 คะแนน
- 2) คะแนนสอบที่มากกว่า 52.3 คะแนน
- 3) คะแนนสอบที่น้อยกว่า 37.2 คะแนน
- 4) คะแนนสอบที่น้อยกว่า 62.7 คะแนน
- 5) จำนวนนักเรียนที่สอบได้คะแนนระหว่าง 32 คะแนนกับ 72 คะแนนมีกี่คน ถ้ามีผู้เข้าสอบ 300 คน

วิธีทำ 1) $Z_1 = \frac{27.5 - 45}{10} =$

ตัวอย่างที่ 4 คะแนนสอบของนักเรียนกลุ่มหนึ่งมีการแจกแจงปกติ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 70 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5 คะแนน ถ้ามีนักเรียนเข้าสอบทั้งหมด 200 คน จงหา

- 1) มีนักเรียนกี่คนที่สอบได้มากกว่า 80 คะแนน
- 2) มีนักเรียนกี่คนที่สอบได้น้อยกว่า 58 คะแนน
- 3) นักเรียนที่สอบได้ 79 คะแนน จะอยู่ในตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ใด
- 4) นักเรียนที่สอบได้ตรงกับตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 23 เขาสอบได้กี่ คะแนน

ใบกิจกรรมที่ 30
เรื่อง พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ (2)

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

- 1) การสอบครั้งหนึ่งเป็นการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 60 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10 คะแนน จงหา
 - 1) คะแนนตรงกับควอร์ไทล์ที่ 3 ตรงกับคะแนนใด
 - 2) คะแนนตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 40 ตรงกับคะแนนใด
 - 3) คะแนนตรงกับเดไซล์ที่ 8.7 ตรงกับคะแนนใด

- 2) ผลการสอบตลอดภาคเรียนของนักเรียนชั้น ม.6 แห่งหนึ่งพบว่าคะแนนสอบของนักเรียนมีการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 72 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 12.5 คะแนน ครูผู้สอนตั้งเกณฑ์ไว้ว่า 8 % ของผู้ที่ได้คะแนนสูงสุด จะได้ระดับคะแนน A ถัดมาอีก 20% จะได้ระดับคะแนน B ถัดมาอีก 42 % จะได้ระดับคะแนน C ถัดมาอีก 18 % จะได้ระดับคะแนน D และ 12 % สุดท้ายจะได้ระดับคะแนน F จงหา
 - 1) คะแนนต่ำสุดของผู้ที่ได้ระดับคะแนน A
 - 2) คะแนนต่ำสุดของผู้ที่ได้ระดับคะแนน B
 - 3) คะแนนต่ำสุดของผู้ที่ได้ระดับคะแนน C
 - 4) คะแนนต่ำสุดของผู้ที่จะสอบผ่านวิชานี้ เมื่อกำหนดให้ผู้สอบผ่านต้องได้ระดับคะแนน A หรือสูงกว่า

แบบฝึกทักษะชุดที่ 13
เรื่อง พื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ

- 1) จงหาพื้นที่ใต้โค้งปกติมาตรฐาน ซึ่งอยู่ทางขวามือของค่า Z ต่อไปนี้

1. $Z = 0.00$	2. $Z = 1.50$	3. $Z = -2.30$
4. $Z = 2.98$	5. $Z = -1.64$	6. $Z = 0.23$
7. $Z = 2.57$	8. $Z = -1.45$	9. $Z = -2.09$
- 2) จงหาพื้นที่ใต้โค้งปกติมาตรฐาน ซึ่งอยู่ทางซ้ายมือของค่า Z ต่อไปนี้

1. $Z = 1.60$	2. $Z = -1.60$	3. $Z = -1.78$
4. $Z = 0.56$	5. $Z = 1.05$	6. $Z = 1.25$
7. $Z = -2.95$	8. $Z = -0.05$	9. $Z = -2.21$
- 3) จงหาพื้นที่ใต้โค้งปกติมาตรฐาน ต่อไปนี้
 1. อยู่ทางซ้ายของ $Z = -2.33$ หรือ อยู่ทางขวาของ $Z = 2.33$
 2. อยู่ทางซ้ายของ $Z = -0.47$ หรือ อยู่ทางขวาของ $Z = 0.23$
 3. อยู่ทางซ้ายของ $Z = -1.5$ หรือ อยู่ทางขวาของ $Z = 2.5$
 4. อยู่ทางซ้ายของ $Z = 1.85$ หรือ อยู่ทางขวาของ $Z = 2.3$
- 4) กำหนดข้อมูลที่มีการแจกแจงปกติ โดยที่ $\bar{x} = 3$ และ $s = 3$ จงหาพื้นที่ใต้โค้งปกติของข้อมูลนี้ ซึ่ง
 1. อยู่ทางซ้ายของ $x = -1$
 2. อยู่ระหว่าง $x = 0$ และ $x = 4$
 3. อยู่ทางขวาของ $x = 1.5$
 4. อยู่ทางซ้ายของ $x = -3$ หรือทางขวาของ $x = 6$
- 5) กำหนดข้อมูลที่มีการแจกแจงปกติ โดยที่ $\bar{x} = 1$ และ $s = 2.5$ จงหาพื้นที่ใต้โค้งปกติของข้อมูลนี้ ซึ่ง
 1. อยู่ทางขวาของ $x = 0$
 2. อยู่ทางซ้ายของ $x = -1.5$
 3. อยู่ระหว่าง $x = -2$ และ $x = 2$
 4. อยู่ทางซ้ายของ $x = -1.5$ หรือทางขวาของ $x = 7.25$
- 6) กำหนดข้อมูลที่มีการแจกแจงปกติ โดยที่ $\bar{x} = 1.5$ และ $s = 1$ จงหาพื้นที่ใต้โค้งปกติของข้อมูลนี้ ซึ่ง
 1. อยู่ระหว่าง $x = 0$ และ $x = 1.4$
 2. อยู่ทางซ้ายของ $x = -1.5$
 3. อยู่ทางซ้ายของ $x = 1$
 4. อยู่ทางซ้ายของ $x = -2.5$ หรือทางขวาของ $x = 1.5$
- 7) จงหาค่ามาตรฐาน Z ซึ่งทำให้
 1. พื้นที่ใต้โค้งปกติมาตรฐาน ทางขวาของ Z เท่ากับ 0.2266
 2. พื้นที่ใต้โค้งปกติมาตรฐาน ทางซ้ายของ Z เท่ากับ 0.0314
 3. พื้นที่ใต้โค้งปกติมาตรฐาน ระหว่างค่ามาตรฐาน -0.23 และ Z เท่ากับ 0.5722
 4. พื้นที่ใต้โค้งปกติมาตรฐาน ระหว่างค่ามาตรฐาน 1.15 และ Z เท่ากับ 0.0730
- 8) จงหาค่ามาตรฐาน Z ซึ่งทำให้พื้นที่ใต้โค้งปกติมาตรฐานระหว่าง 0 และ Z เท่ากับ 40% ของพื้นที่ทั้งหมด
- 9) จงหาค่ามาตรฐาน Z ซึ่งทำให้
 1. พื้นที่ใต้โค้งปกติมาตรฐานทางซ้ายของ Z เท่ากับ 80% ของพื้นที่ทั้งหมด
 2. พื้นที่ใต้โค้งปกติมาตรฐานทางขวาของ Z เท่ากับ 60%

- 10) จงหาค่ามาตรฐาน 2 ค่าซึ่งทำให้
 1. 90 % กึ่งกลางของข้อมูลอยู่ระหว่างค่าสองค่านี้
 2. 98 % กึ่งกลางของข้อมูลอยู่ระหว่างค่าสองค่านี้
- 11) กำหนดข้อมูลที่มีการแจกแจงปกติโดยที่ $\bar{x} = 40$ และ $s = 10$ จงหาค่า x สองค่า ซึ่งทำให้
 1. 80 % กึ่งกลางของข้อมูลอยู่ระหว่างค่าสองค่านี้
 2. 50 % กึ่งกลางของข้อมูลอยู่ระหว่างค่าสองค่านี้
- 12) กำหนดข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปกติ โดยที่ $\bar{x} = 10$ และ $s = 2$
 1. จงหา P_{40}
 2. จงหา P_{25}
 3. จงหา P_{70}
 4. จงหา P_{90}
 5. จงหาค่า $x = 15$ อยู่ในตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่เท่าใด
 6. จงหาค่า $x = 6$ อยู่ในตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่เท่าใด
- 13) จงหาพื้นที่ภายใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานระหว่างค่า Z ที่กำหนดให้ต่อไปนี้
 1. $Z = 0$ กับ $Z = 2.4$
 2. $Z = 0$ กับ $Z = 1.67$
 3. $Z = -1.05$ กับ $Z = 1.05$
 4. $Z = 0.4$ กับ $Z = 1.4$
- 14) จงหาพื้นที่ภายใต้เส้นโค้งปกติมาตรฐานตามเงื่อนไขต่อไปนี้
 1. $Z < 1.2$
 2. $Z > -2.5$
 3. $Z < -2$
 4. $Z < 1.79$
- 15) ในการสอบประจำภาคเรียนของนักเรียนชั้น ม.6 ปรากฏว่าคะแนนสอบมีการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 30 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4 คะแนน จะมีนักเรียนอยู่ที่เปอร์เซ็นต์ที่ได้คะแนนระหว่าง 20 ถึง 32 คะแนน
- 16) ในการคัดเลือกทหารเข้าประจำการครั้งหนึ่งปรากฏว่าความสูงของผู้ที่เข้ามารับการคัดเลือกมีการแจกแจงปกติโดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของความสูงเท่ากับ 177 เซนติเมตร ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4 เซนติเมตร จะมีทหารอยู่ที่เปอร์เซ็นต์ที่มีความสูงอยู่ระหว่าง 173 ถึง 181 เซนติเมตร
- 17) นักเรียนจำนวน 500 คน สอบวิชาคณิตศาสตร์ได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 151 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 15 คะแนน จงหาว่ามีนักเรียนประมาณกี่คนที่ได้คะแนนระหว่าง 151 ถึง 166 คะแนน ถ้าการสอบครั้งนี้มีการแจกแจงปกติ
- 18) ในการศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับอาหารที่ให้โปรตีนสูงกับกระต่ายจำนวนหนึ่ง ปรากฏว่าหลังจากกระต่ายรับประทานอาหารดังกล่าวเป็นเวลา 1 เดือนแล้ว ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักเท่ากับ 120 กรัม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 12 กรัม ถ้าน้ำหนักของกระต่ายที่ใช้ทดลองดังกล่าวมีการแจกแจงแบบปกติ จะมีกระต่ายอยู่ที่เปอร์เซ็นต์ที่มีน้ำหนักน้อยกว่า 100 กรัม
- 19) จากประสบการณ์วงการแพทย์ไทย พบว่าน้ำหนักของเด็กไทยแรกเกิดมีการแจกแจงปกติ ในปี พ.ศ. 2552 ค่าเฉลี่ย เลขคณิตของน้ำหนักเท่ากับ 3000 กรัม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 400 กรัม ในปี พ.ศ. 2553 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักเท่ากับ 3200 กรัม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 300 กรัม จงหา
 1. จำนวนเปอร์เซ็นต์ของเด็กไทยแรกเกิดที่มีน้ำหนักตั้งแต่ 3800 กรัมขึ้นไปในปี พ.ศ. 2552
 2. จำนวนเปอร์เซ็นต์ของเด็กไทยแรกเกิดที่มีน้ำหนักตั้งแต่ 3800 กรัมขึ้นไปในปี พ.ศ. 2553
- 20) บริษัทผลิตกระป๋องแห่งหนึ่งทำการผลิตกระป๋องเปล่า ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักเท่ากับ 12.00 กรัม และความแปรปรวนเท่ากับ 0.01 (กรัม)^2 ถ้าการแจกแจงน้ำหนักกระป๋องเปล่ามีการแจกแจงปกติ และ W_1 เป็นจำนวนกระป๋องเปล่าที่มีน้ำหนักน้อยกว่า 11.88 กรัม

W_2 เป็นจำนวนกระป๋องเปล่าที่มีน้ำหนักน้อยกว่า 12.00 กรัม

W_3 เป็นจำนวนกระป๋องเปล่าที่มีน้ำหนักมากกว่า 11.88 กรัม

จงเปรียบเทียบว่า W_1, W_2, W_3 ค่าใดมีค่ามากกว่ากัน

- 21) ถ้าคะแนนสอบวิชาภาษาไทยมีการแจกแจงปกติ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 80 และ 15 คะแนน ตามลำดับ นที่มีคะแนนสอบวิชานี้ตรงกับเดซิส์ที่ 3.3 เขาสอบได้กี่คะแนน

- 22) คะแนนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มหนึ่งมีการแจกแจงปกติมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 60 และ 10 คะแนน ตามลำดับ ครูให้ระดับคะแนนตามช่วงคะแนน และคิดเป็นเปอร์เซ็นต์ของนักเรียนที่ได้ระดับคะแนนต่างๆ ดังต่อไปนี้ จงหา B + D

ช่วงคะแนน	ระดับคะแนน	จำนวนเปอร์เซ็นต์ของนักเรียน
80 ขึ้นไป	4	A
[70, 80)	3	B
[50, 70)	2	C
[40, 50)	1	D
ต่ำกว่า 40	0	F

- 23) ความสูงของนักเรียนห้องหนึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตและมัธยฐานเท่ากันคือ 120 เซนติเมตร สัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับ 2.5 % และ 40 % ของนักเรียนห้องนี้มีความสูงคิดเป็นค่ามาตรฐานไม่ต่ำกว่า 1.5 ถ้าเด็กชายต้นน้ำสูง 123 เซนติเมตร จงเปรียบเทียบความสูงของเด็กชายต้นน้ำกับมัธยฐาน และเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 60

- 24) น้ำหนักและส่วนสูงของนักเรียนห้องหนึ่งมีการแจกแจงปกติ โดยที่น้ำหนักเฉลี่ยเท่ากับ 40 กิโลกรัม ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2 กิโลกรัม ส่วนสูงเฉลี่ยเท่ากับ 150 เซนติเมตร ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4 เซนติเมตร ถ้ามีนักเรียน a เปอร์เซ็นต์ที่สูงไม่ต่ำกว่า 145 เซนติเมตร และไม่เกิน 155 เซนติเมตร คือกลุ่มนักเรียนที่มีน้ำหนักไม่ต่ำกว่า 36 กิโลกรัม และไม่เกิน b กิโลกรัม แล้ว a และ b มีค่าเท่าใด

- 25) การสอบครั้งหนึ่งมีการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 60 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10 คะแนน จงหาคะแนนที่ตรงกับควอร์ไทล์ที่ 3

- 26) คะแนนไอคิวของนักเรียนกลุ่มหนึ่งมีการแจกแจงปกติ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 90 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 20 คะแนน กำหนดให้ x เป็นคะแนนของนักเรียนคนหนึ่ง ถ้าเปอร์เซ็นต์ของคะแนนระหว่าง x ถึง 90 คะแนน เท่ากับ 38.30 % แล้ว x มีค่าเท่าใด ($Z = 1.19, A = 0.3830$)

- 27) ในการบรรจุกาแฟลงในขวดที่มีขนาดน้ำหนักสุทธิโดยเฉลี่ย 300 กรัม มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 10 กรัม บริษัทกำหนดไว้ว่ากล่องที่มีมาตรฐานจะต้องมีน้ำหนักเฉลี่ยสุทธิระหว่าง $300 \pm m$ กรัม ในการผลิตแต่ละครั้งจะต้องได้ของที่ได้มาตรฐาน 95 % ถ้าการแจกแจงของน้ำหนักกาแฟเป็นการแจกแจงปกติ จงหาค่า m ($Z = 1.96, A = 0.4750$)

- 28) คะแนนทดสอบวิชาคณิตศาสตร์มีการแจกแจงปกติ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 50 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10 คะแนน ถ้ามีนักเรียนสอบคะแนนระหว่าง x และ 65 คะแนน มีจำนวน 77.45 % จงหาคะแนน x ($Z = 1.5, A = 0.4332$ และ $Z = 1, A = 0.3413$)

- 29) คะแนนสอบครั้งหนึ่งมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 50 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐานเท่ากับ 10 คะแนน ถ้ามีนักเรียนที่สอบได้คะแนนระหว่าง x และ 40 คะแนน มีจำนวน 13.59 % จงหาคะแนน x ($Z = 1, A = 0.3431$ และ $Z = 2, A = 0.4772$)

ใบความรู้ที่ 31
เรื่อง แผนภาพการกระจายและความสัมพันธ์เป็นเส้นตรง

ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถเขียนแผนภาพการกระจายของข้อมูลได้

นักเรียนสามารถสร้างความสัมพันธ์ของข้อมูลที่เป็นเส้นตรงได้

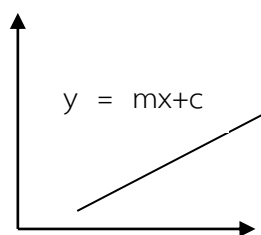
คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ ตัวอย่าง แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู

ในการวิเคราะห์ข้อมูล บางกรณีข้อมูลที่รวบรวมมาได้อาจประกอบด้วยตัวแปร 2 ตัว ซึ่งตัวแปรทั้งสองนี้มีความสัมพันธ์กัน เช่น ส่วนสูงกับน้ำหนัก รายได้กับรายจ่าย คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์กับคะแนนวิชาฟิสิกส์ เป็นต้น ความสัมพันธ์ของตัวแปรทั้งสองจะเป็นลักษณะที่ค่าของตัวแปรหนึ่งขึ้นอยู่กับค่าของอีกตัวแปรหนึ่ง เรียกตัวแปรที่มีค่าเปลี่ยนไปได้โดยอิสระว่า **ตัวแปรอิสระ** และเรียกตัวแปรที่มีค่าขึ้นอยู่กับตัวแปรอิสระว่า **ตัวแปรตาม**

จุดประสงค์ที่สำคัญของการสร้างความสัมพันธ์ฟังก์ชันระหว่างข้อมูลก็เพื่อใช้ในการทำนาย (predict) เมื่อทราบค่าของตัวแปรตัวหนึ่งก็สามารถทำนายค่าของอีกตัวแปรหนึ่งได้

ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูลแบ่งเป็น 2 ชนิด คือ

1. **ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่มีกราฟเป็นเส้นตรง** มีรูปแบบการของความสัมพันธ์เป็นดังนี้

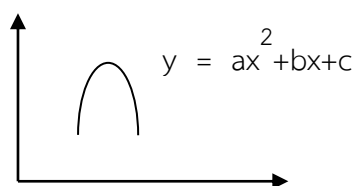


$y = mx + c$
เมื่อ x เป็นตัวแปรอิสระ
 y เป็นตัวแปรตาม
 m, c เป็นค่าคงตัว

2. **ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่มีกราฟไม่เป็นเส้นตรง** มีหลายแบบ แต่ในที่นี้จะกล่าวเฉพาะความสัมพันธ์ที่อยู่พาราโบลาและรูปเอกซโพเนนเชียล

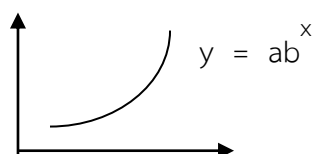
2.1 พาราโบลา มีรูปแบบการของความสัมพันธ์เป็นดังนี้

$y = ax^2 + bx + c$
เมื่อ x เป็นตัวแปรอิสระ
 y เป็นตัวแปรตาม
 a, b, c เป็นค่าคงตัว



2.2 รูปเอกซโพเนนเชียล มีรูปแบบการของความสัมพันธ์เป็นดังนี้

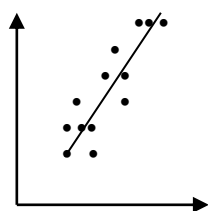
$y = ab^x$
เมื่อ x เป็นตัวแปรอิสระ
 y เป็นตัวแปรตาม
 a, b เป็นค่าคงตัว



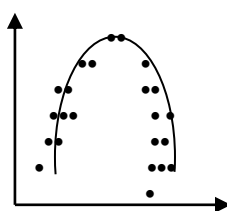
แผนภาพการกระจาย (scatter diagram) คือกราฟในระบบพิกัดฉากของตัวแปรสองตัวที่สร้างขึ้นจากข้อมูลที่รวบรวมได้

ในการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลนั้น เนื่องจากความสัมพันธ์อาจเกิดขึ้นได้หลายรูปแบบ ดังนั้น เราต้องทราบถึงรูปแบบของความสัมพันธ์ซึ่งสามารถดูได้จากแผนภาพการกระจายของข้อมูลนั้นๆ ในบางครั้ง การดูจากแผนภาพการกระจายไม่สามารถบอกได้แน่นอนว่ารูปแบบของความสัมพันธ์มีแนวโน้มเป็นแบบใด ในกรณีนี้ถ้าผู้สร้างความสัมพันธ์มีความรู้ความชำนาญเกี่ยวกับข้อมูลชนิดนั้นๆ อาจจะบอกได้ว่าควรสร้างความสัมพันธ์ให้อยู่ในรูปใดจึงจะเหมาะสมกับข้อมูลนั้นๆ มากที่สุด

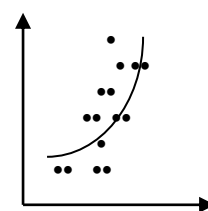
ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างแผนภาพการกระจายของความสัมพันธ์ในรูปต่างๆ



รูปเส้นตรง



รูปพาราโบลา



รูปเอกซ์โพเนนเชียล

การประมาณค่าของค่าคงตัวโดยใช้ระเบียบวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

เมื่อทราบรูปแบบของความสัมพันธ์จากแผนภาพการกระจายของข้อมูลว่าควรเป็นรูปแบบใด เป็นรูปเส้นตรง $y = mx + c$ เป็นรูปพาราโบลา $y = ax^2 + bx + c$ หรือเป็นรูปเอกซ์โพเนนเชียล $y = ab^x$ แล้วประมาณค่าคงตัว m, a, b, c และเมื่อทราบค่าคงตัวแล้วจึงสามารถนำไปใช้ในการทำนายค่าตัวแปรตามเมื่อทราบค่าตัวแปรอิสระได้

ในการหาค่าคงตัวที่ปรากฏอยู่ในสมการทั่วไปนั้น หาได้โดยใช้ระเบียบวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Method of Least squares) คือ

ถ้าให้ Y_i เป็นค่าของตัวแปรตามที่ได้จากข้อมูลที่เกิดขึ้นจริง

$\hat{Y}_i$ เป็นค่าประมาณของ Y_i ที่ได้จากการสร้างความสัมพันธ์

สมการของความสัมพันธ์จะใช้ได้ดีเมื่อ $\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2$ มีค่าน้อยที่สุด โดย n เป็นจำนวนข้อมูลที่นำมาสร้างความสัมพันธ์

เนื่องจากวิธีการหาค่าน้อยที่สุดต้องใช้คณิตศาสตร์ชั้นสูงจึงไม่แสดงวิธีหาไว้ในที่นี้ แต่จากวิธีดังกล่าว จะได้สมการที่เรียกว่า สมการปกติ (normal equation) มีจำนวนสมการเท่ากับจำนวนค่าคงตัวที่ต้องการหา

1. **รูปเส้นตรง** มีสมการทั่วไปเป็น $y = mx + c$ และสมการปกติคือ

$$\sum_{i=1}^n y_i = m \sum_{i=1}^n x_i + cn$$

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = m \sum_{i=1}^n x_i^2 + c \sum_{i=1}^n x_i$$

เขียนย่อๆได้เป็น

$$\begin{aligned} \sum y &= m \sum x + cn \\ \sum xy &= m \sum x^2 + c \sum x \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 1 คะแนนวิชาคณิตศาสตร์และวิชาฟิสิกส์ของนักเรียน 10 คน เป็นดังตารางต่อไปนี้

คณิตศาสตร์(x)	71	77	75	80	87	84	65	68	93	99
ฟิสิกส์(y)	80	74	82	78	91	89	72	72	86	95

จงเขียนแผนภาพการกระจายของข้อมูลและเขียนกราฟที่ใช้ประมาณความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนวิชาคณิตศาสตร์และคะแนนวิชาฟิสิกส์

ใบกิจกรรมที่ 31

เรื่อง แผนภาพการกระจายและความสัมพันธ์เป็นเส้นตรง

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

- 1) ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่เป็นเส้นตรงของข้อมูลแสดงดังตารางต่อไปนี้

ปริมาณปุ๋ย(กิโลกรัม/ไร่)	1	2	3	4	5
ผลผลิต(กิโลกรัม/ไร่)	8	9	10	12	15

ถ้าปริมาณปุ๋ยเท่ากับ 3.5 กิโลกรัมต่อไร่ แล้วผลผลิตจะเป็นเท่าใด

- 2) ข้อมูลต่อไปนี้เป็นรายได้และรายจ่ายต่อเดือนของ 9 ครอบครัว ที่รายได้ตั้งแต่ 2,000 บาท ถึง 16,000 บาท

ครอบครัวที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x : รายได้ (พันบาท)	2	4	6	7	9	11	12	14	16
y : รายจ่าย (พันบาท)	2	3	4	5	7	8	10	12	12

1. จงเขียนแผนภาพการกระจายของข้อมูล
2. จงหาสมการที่ใช้ทำนายรายจ่าย เมื่อทราบรายได้
3. ถ้าครอบครัวมีรายได้ 5,000 บาท จงทำนายรายจ่าย
4. จงหาสมการที่ใช้ทำนายรายได้ เมื่อทราบรายจ่าย
5. ถ้าครอบครัวมีรายจ่าย 9,000 บาท จงทำนายรายได้

แบบฝึกทักษะชุดที่ 14
เรื่อง ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่เป็นเส้นตรง

- 1) กำหนดให้ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้ต่อไปนี้ เป็นเส้นตรง

x	0	1	2	4	5	6
y	8	6	4	3	3	0

1. จงเขียนแผนภาพการกระจายของข้อมูล
2. จงหาสมการของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่มี y เป็นตัวแปรตาม
3. จงหาสมการของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่มี y เป็นตัวแปรอิสระ
4. จงทำนายค่า y เมื่อ $x = 3$
5. จงทำนายค่า x เมื่อ $y = 1$

- 2) กำหนดข้อมูลต่อไปนี้

x	7	9	3	2	1
y	39	49	19	14	9

ถ้าความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้เป็นเส้นตรง แล้ว

1. จงทำนายค่า y เมื่อ $x = 6$
2. จงทำนายค่า x เมื่อ $y = 25$

- 3) ในข้อมูลต่อไปนี้ กำหนดให้

x แทน จำนวนวันที่นักเรียนขาดเรียนวิชาสถิติ

y แทน คะแนนสอบวิชาสถิติของนักเรียน

n แทน จำนวนนักเรียน

จากการสำรวจ พบว่า ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่าง x และ y เป็นเส้นตรง และได้ข้อมูลดังนี้

$\sum x = 90$	$\sum xy = 4,750$	$\sum x^2 = 400$
$\sum y = 1,800$	$n = 30$	$\sum y^2 = 113,000$

1. ถ้านายสมชายขาดเรียน 6 วัน จงทำนายคะแนนสอบของสมชาย
2. ถ้านางสาวปราณีได้คะแนน 60 คะแนน จงทำนายว่านางสาวปราณีขาดเรียนกี่วัน

- 4) ข้อมูลต่อไปนี้เป็นข้อมูลเกี่ยวกับราคาของสินค้าที่ผลิต และจำนวนสินค้าที่ผลิตต่อเดือน

ราคาขาย(บาท)	3	9	40	15	33
จำนวนที่ผลิตต่อเดือน($\times 1,000$ หน่วย)	25	20	10	20	15

1. ถ้าในเดือนมกราคม เขาผลิตสินค้า 18,000 หน่วย จงทำนายราคาขาย
2. ถ้าในเดือนธันวาคม ราคาขาย เท่ากับ 60 บาท จงทำนายจำนวนสินค้าที่ผลิต

ใบความรู้ที่ 32
เรื่อง ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่เป็นพาราโบลา

ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถสร้างความสัมพันธ์ของข้อมูลที่เป็นพาราโบลาได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ ตัวอย่าง แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู
รูปพาราโบลา มีสมการทั่วไปเป็น $y = ax^2 + bx + c$ และสมการปกติคือ

$$\sum_{i=1}^n y_i = a \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i + cn$$

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = a \sum_{i=1}^n x_i^3 + b \sum_{i=1}^n x_i^2 + c \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 y_i = a \sum_{i=1}^n x_i^4 + b \sum_{i=1}^n x_i^3 + c \sum_{i=1}^n x_i^2$$

เขียนย่อๆได้เป็น

$$\begin{aligned} \sum y &= a \sum x^2 + b \sum x + cn \\ \sum xy &= a \sum x^3 + b \sum x^2 + c \sum x \\ \sum x^2 y &= a \sum x^4 + b \sum x^3 + c \sum x^2 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 3 ตารางต่อไปนี้แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง x กับ y

x	1	2	3	5	6	7	9	10
y	4	6	7	8	7	6	4	3

1. จงเขียนแผนภาพการกระจายของข้อมูลและเขียนกราฟที่ใช้ประมาณความสัมพันธ์
2. จงสร้างความสัมพันธ์ระหว่าง x กับ y โดยให้ x เป็นตัวแปรอิสระ
3. จงประมาณค่า y จากความสัมพันธ์ เมื่อ $x = 4$

ใบกิจกรรมที่ 32
เรื่อง ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่เป็นพาราโบลา

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

ข้อมูลต่อไปนี้ แสดงปริมาณการใช้ยาชนิดหนึ่ง สำหรับทารกที่มีอายุต่าง ๆ กัน ในการรักษาโรค

อายุ (เดือน)	1	2	3	4	5	6	7	8
ปริมาณยา(มิลลิกรัม)	1.5	8.5	12.5	15.5	16.5	16.0	12.5	7.5

1. จงเขียนแผนภาพการกระจาย
2. จงหาสมการความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูลที่ใช้ทำนายปริมาณยา
3. จงทำนายปริมาณยาที่ใช้สำหรับทารกที่มีอายุ 6.5 เดือน และ 9 เดือน

แบบฝึกทักษะชุดที่ 15
เรื่อง ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่เป็นพาราโบลา

1) กำหนดข้อมูลต่อไปนี้

x	0	1	2	3	4	5	6
y	2.4	2.1	3.2	5.6	9.3	14.6	21.9

1. จงเขียนสมการของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูลโดยมี y เป็นตัวแปรตาม
2. จงทำนายค่า y เมื่อกำหนดค่า x ต่อไปนี้

2.1 $x = 1.5$

2.2 $x = 7$

2) นักเคมีคนหนึ่งทำการทดลองสารเคมีชนิดหนึ่งลงในน้ำยาเคลือบเงา เขาพบว่าจำนวนชั่วโมงที่น้ำยาเคลือบเงาแห้ง มีความสัมพันธ์กับปริมาณของสารเคมีที่เติมลงไป ถ้าเขาเพิ่มสารเคมีลงไป โดยได้ข้อมูลดังนี้

x: ปริมาณสารเคมี(กรัม)	1	2	3	4	5	6	7	8
y : จำนวนชั่วโมงที่น้ำยาแห้ง	7.2	6.7	4.7	3.7	4.7	4.2	5.2	5.7

1. จงเขียนสมการของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูลโดยมี y เป็นตัวแปรตาม
2. จงทำนายว่า น้ำยาเคลือบเงาจะแห้งในเวลากี่ชั่วโมง ถ้าเขาเติมสารเคมีลงไปเป็นจำนวน

2.1 4.5 กรัม

2.2 6.5 กรัม

ใบความรู้ที่ 33
เรื่อง ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่เป็นเอกซ์โพเนนเชียล

ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถสร้างความสัมพันธ์ของข้อมูลที่เป็นเอกซ์โพเนนเชียลได้
คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ ตัวอย่าง แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู

รูปเอกซ์โพเนนเชียล มีสมการทั่วไปเป็น $y = ab^x$ หรือ $\log y = x \log b + \log a$ และสมการปกติคือ

$$\sum_{i=1}^n \log y_i = \log b \sum_{i=1}^n x_i + n \log a$$

$$\sum_{i=1}^n x_i \log y_i = \log b \sum_{i=1}^n x_i^2 + \log a \sum_{i=1}^n x_i$$

เขียนย่อๆได้เป็น

$$\begin{aligned} \sum \log y &= \log b \sum x + n \log a \\ \sum x \log y &= \log b \sum x^2 + \log a \sum x \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 4 ข้อมูลต่อไปนี้ แสดงการเจริญเติบโตของพืชชนิดหนึ่ง จากการสำรวจ 7 สัปดาห์ที่ผ่านมา

x: สัปดาห์ที่	1	2	3	4	5	6	7
y : ความสูง (ซม.)	0.8	1.1	1.7	2.6	3.8	5.7	8.5
log y	-0.0969	0.0414	0.2304	0.4150	0.5798	0.7559	0.9294

1. จงเขียนแผนภาพการกระจาย
2. จงหาสมการความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูลที่มี y เป็นตัวแปรตาม
3. จงทำนายว่าอีก 5 สัปดาห์ต่อจากนี้ไป พืชจะสูงกี่เซนติเมตร

ใบกิจกรรมที่ 33
เรื่อง ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่เป็นเอกซ์โพเนนเชียล

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

ข้อมูลต่อไปนี้ แสดงความสัมพันธ์ระหว่างต้นทุนการผลิตสินค้าต่อหน่วย กับจำนวนสินค้าที่ผลิต

x: จำนวน ที่ผลิต (x100)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y: ต้นทุน ต่อหน่วย (บาท)	80	65	50	40	37	34	32	30	28	26
log y	1.9031	1.8129	1.6990	1.6021	1.5682	1.5315	1.5052	1.4771	1.4472	1.4150

1. จงเขียนแผนภาพการกระจาย
2. จงหาสมการความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูลที่ใช้ทำนายต้นทุนการผลิตต่อหน่วย
3. ถ้าต้องการผลิตสินค้า 2,000 หน่วย จงทำนายต้นทุนการผลิตต่อหน่วย

แบบฝึกทักษะชุดที่ 16
เรื่อง ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่เป็นเอกซ์โพเนนเชียล

- 1) ข้อมูลต่อไปนี้ แสดงจำนวนสมาชิกของสโมสรแห่งหนึ่ง ในช่วงเวลา 7 ปี ที่ผ่านมา

x: ปีที่	1	2	3	4	5	6	7
y : จำนวนสมาชิก	304	341	393	457	548	670	882

1. จงเขียนสมการของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูลโดยมี y เป็นตัวแปรตาม
2. จงทำนายจำนวนสมาชิกในอีก 5 ปี ข้างหน้า

- 2) ข้อมูลต่อไปนี้ แสดงจำนวนเปอร์เซ็นต์ของอายุการใช้งานที่เหลือของยางรถยนต์ที่ผลิตโดยโรงงานแห่งหนึ่ง หลังจากการใช้งานไปแล้วตามระยะทางที่กำหนดให้

x: ระยะที่ใช้ไปแล้ว($\times 100$ กม.)	1	2	5	10	20	30	40	50
y : เปอร์เซนต์ของอายุยางที่เหลือ	97.2	91.8	82.5	64.4	41.0	29.9	17.6	11.3

1. จงเขียนสมการของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูลโดยมี y เป็นตัวแปรตาม
2. จงทำนายเปอร์เซ็นต์ของอายุการใช้งานของอายุยางที่เหลือ หลังจากที่ใช้ใช้งานไปแล้วเป็นระยะทาง 25,000 กิโลเมตร

- 3) จากการเพาะเชื้อ เพื่อดูการเจริญเติบโตของแบคทีเรีย พบข้อมูลดังต่อไปนี้

x: จำนวนวันนับจากเริ่มต้น	2	4	6	8	10
y : จำนวนแบคทีเรีย ($\times 100$ กม.)	112	148	241	363	585

1. จงเขียนสมการของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูลโดยมี y เป็นตัวแปรตาม
2. จงทำนายจำนวนแบคทีเรีย เมื่อสิ้นสุดวันที่ห้าของการทดลอง

- 4) ข้อมูลต่อไปนี้แสดงการเจริญเติบโตของพืชชนิดหนึ่ง จากการสำรวจ 7 สัปดาห์ที่ผ่านมา

x : สัปดาห์ที่	1	2	3	4	5	6	7
Y:ความสูง (ซม.)	0.8	1.1	1.7	2.6	3.8	5.7	8.5

1. จงเขียนแผนภาพการกระจาย
2. จงหาสมการของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่มี y เป็นตัวแปรตาม
3. จงทำนายว่าอีก 3 สัปดาห์จากนี้ไป พืชชนิดนี้จะมีความสูงกี่ซม.

- 5) ข้อมูลต่อไปนี้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างต้นทุน การผลิตสินค้าต่อหน่วยกับจำนวนสินค้าที่ผลิต

x:จำนวนที่ผลิต ($\times 100$)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y:ต้นทุนต่อหน่วย (บาท)	80	65	50	40	37	34	32	30	28	26

1. จงเขียนแผนภาพการกระจายของข้อมูล
2. จงหาสมการของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันสำหรับทำนายต้นทุนต่อการผลิต
3. ถ้าต้องการผลิตสินค้า 2,000 หน่วย จงทำนายต้นทุนการผลิตต่อหน่วย

6) ข้อมูลต่อไปนี้แสดงจำนวนสมาชิกของสโมสรแห่งหนึ่งในช่วง 7 ปีที่ผ่านมา

x : ปีที่	1	2	3	4	5	6	7
Y: จำนวนสมาชิก	304	341	393	457	548	670	882

1. จงหาสมการของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่มี y เป็นตัวแปรตาม
2. จงทำนายจำนวนสมาชิกในอีก 5 ปี ข้างหน้า

ใบความรู้ที่ 34
เรื่อง ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่เป็นอนุกรมเวลา

ผลการเรียนรู้

นักเรียนสามารถสร้างความสัมพันธ์ของข้อมูลที่เป็นอนุกรมเวลาได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนศึกษาข้อความ ตัวอย่าง แล้วร่วมกันอภิปรายซักถาม ถ้าไม่เข้าใจถามครู

ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูลที่อยู่ในรูปอนุกรมเวลา

ข้อมูลที่อยู่ในรูปอนุกรมเวลา (time series) คือข้อมูลที่เปลี่ยนแปลงไปตามกาลเวลา เช่นปริมาณข้าวที่ประเทศไทยผลิตได้ในแต่ละปี ปริมาณน้ำฝนที่ตกในจังหวัดภูเก็ตในแต่ละเดือน เป็นต้น ดังนั้นความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นเป็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลกับเวลา ซึ่งสามารถเขียนอยู่ในรูป

$$y = f(x) \quad \text{เมื่อ } x \text{ แทนเวลาและเป็นตัวแปรอิสระ}$$

y แทนค่าของข้อมูลและเป็นตัวแปรตาม

การกำหนดค่า x ของช่วงเวลาที่เท่าๆกัน ซึ่งอาจเป็นวัน เดือน ปี โดยทั่วไปมีการกำหนดดังนี้

1. ถ้าจำนวนระยะเวลาที่นำมาสร้างความสัมพันธ์เป็นจำนวนคี่ ให้ระยะเวลาที่อยู่ตรงกลางเป็น 0 และระยะเวลาลัดไปก่อนช่วงเวลาที่กำหนดให้เป็น -1, -2, -3, ... ตามลำดับ ส่วนระยะเวลาลดลงมาซึ่งเป็นช่วงเวลาที่เกิดขึ้นภายหลังเป็น 1, 2, 3, ... ตามลำดับ เช่นระยะเวลามี 7 ปี ให้กำหนดค่า x ดังนี้

ปี พ.ศ.	2525	2526	2527	2528	2529	2530	2531
x	-3	-2	-1	0	1	2	3

2. ถ้าจำนวนระยะเวลาที่นำมาสร้างความสัมพันธ์เป็นจำนวนคู่ ให้สองระยะเวลาที่อยู่ตรงกลางเป็น -1 กับ 1 แทนระยะเวลาลัดไปก่อนช่วงเวลาที่กำหนดให้เป็น -3, -5, -7, ... ตามลำดับ ส่วนระยะเวลาลดลงมาซึ่งเป็นช่วงเวลาที่เกิดขึ้นภายหลังเป็น 3, 5, 7, ... ตามลำดับ เช่นระยะเวลามี 6 ปี ให้กำหนดค่า x ดังนี้

ปี พ.ศ.	2526	2527	2528	2529	2530	2531
x	-5	-3	-1	1	3	5

ในการกำหนดค่า x แทนระยะเวลาดังกล่าว ก็เพื่อที่จะทำให้ $\sum x = 0$ ทั้งนี้เพื่อให้การหาค่าคงตัวทำให้สะดวกและรวดเร็ว

การสมมติค่า x แทนระยะเวลานั้น ไม่จำเป็นต้องสมมติตามหลักที่กล่าวมาแล้วก็ได้ เพราะผลที่ได้จากการคำนวณเหมือนกันแต่หลักการคิดคำนวณมีความยุ่งยากมากกว่า

ตัวอย่างที่ 5 จงสร้างความสัมพันธ์แบบเอกซ์โพเนนเชียลของจำนวนประชากรโดยประมาณของประเทศไทย
ระหว่างปี พ.ศ. 2502 – 2510 ดังตารางต่อไปนี้

พ.ศ.	2502	2503	2504	2505	2506	2507	2508	2509	2510
จำนวนประชากร(ล้านคน)	25.6	26.4	27.2	28.0	28.8	29.7	30.6	31.5	32.5

จงหาจำนวนประชากรในปี พ.ศ.2512

วิธีทำ

x	Y	log y	x log y	x^2
- 4	25.6	1.4082	- 5.6328	16
- 3	26.4	1.4216	- 4.2648	9
- 2	27.2	1.4346	- 2.8692	4
- 1	28.0	1.4472	- 1.4472	1
0	28.8	1.4594	0	0
1	29.7	1.4728	1.4728	1
2	30.6	1.4857	2.9714	4
3	31.5	1.4983	4.4949	9
4	32.5	1.5119	6.0476	16
0		13.1397	0.7727	60

ใบกิจกรรมที่ 34
เรื่อง ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่เป็นอนุกรมเวลา

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่เป็นเส้นตรงของข้อมูลแสดงดังตารางต่อไปนี้

พ.ศ.	2520	2521	2522	2523	2524
จำนวนเครื่องจักรที่ขายได้(พันเครื่อง)	1	2	4	5	7

1. จงทำนายยอดขายในปี พ.ศ. 2528
2. เฉลี่ยใน 4 เดือนแรกของปี พ.ศ.2530 มียอดขายกี่เครื่อง

ใบกิจกรรมที่ 35
เรื่อง ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่เป็นอนุกรมเวลา (2)

คำชี้แจง ให้นักเรียนทำโจทย์ต่อไปนี้

- 1) ข้อมูลต่อไปนี้ แสดงเงินเดือนของชายคนหนึ่งตั้งแต่ พ.ศ. 2525 ถึง พ.ศ. 2535

พ.ศ.	252	252	252	252	252	253	253	253	253	253	253
	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5
เงินเดือน (× 1,000 บาท)	6.0	6.3	6.6	7.0	7.5	8.0	9.0	10.0	11.5	13.0	15.0

1. จงเขียนแผนภาพการกระจาย
2. จงหาสมการของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างเวลาและเงินเดือน
3. จงทำนายว่าในปี พ.ศ. 2538 ชายผู้นี้จะมีเงินเดือนเท่าใด

- 2) ข้อมูลต่อไปนี้ แสดงปริมาณเนื้อหมูโดยเฉลี่ย (กิโลกรัม) ที่แต่ละคนในท้องที่แห่งหนึ่ง บริโภคต่อปี ในระหว่างปี พ.ศ.2526 ถึง พ.ศ.2534

พ.ศ.	2526	2527	2528	2529	2530	2531	2532	2533	2534
ปริมาณเนื้อหมู(กิโลกรัม)	6.0	10.5	14.0	14.8	15.0	14.0	13.0	10.0	8.0

1. จงเขียนแผนภาพการกระจาย
2. จงหาสมการของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูล
3. จงทำนายปริมาณเนื้อหมูโดยเฉลี่ยที่คนแต่ละคนบริโภคในปี พ.ศ. 2535

แบบฝึกทักษะชุดที่ 17
เรื่อง ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่เป็นอนุกรมเวลา

- 1) ข้อมูลต่อไปนี้ แสดงยอดขายเครื่องสูบน้ำของบริษัทแห่งหนึ่ง ตั้งแต่ พ.ศ. 2530 ถึง พ.ศ.2534

พ.ศ.	2530	2531	2532	2533	2534
ยอดขายเครื่องสูบน้ำ (x1000 เครื่อง)	1	2	4	5	7

1. จงเขียนแผนภาพการกระจาย
 2. จงหาสมการของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างเวลาและยอดขายเครื่องสูบน้ำเพื่อทำนายยอดขาย
 3. จงทำนายยอดขายเครื่องสูบน้ำในปี พ.ศ. 2537
 4. จงทำนายยอดขายเครื่องสูบน้ำ เฉลี่ยใน 6 เดือนแรกของปี พ.ศ. 2536
- 2) มูลค่าอุตสาหกรรมสิ่งทอที่บริษัทแห่งหนึ่งส่งออกไปยังต่างประเทศ ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2520 ถึง พ.ศ. 2525 เป็นดังนี้

พ.ศ.	2520	2521	2522	2523	2524	2525
มูลค่า (ล้านบาท)	1	3	4	5	7	9

1. จงเขียนแผนภาพการกระจาย
 2. จงหาสมการของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูลเพื่อทำนายมูลค่าการส่งออก
 3. จงทำนายมูลค่าการส่งออกในปี พ.ศ. 2530
 4. จงทำนายมูลค่าการส่งออกเฉลี่ยต่อปี ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2526 ถึง พ.ศ. 2533
 5. จงทำนายมูลค่าการส่งออกเฉลี่ยใน 3 เดือนแรกของปี พ.ศ. 2536
- 3) บริษัทแห่งหนึ่งทำสถิติเกี่ยวกับค่าใช้จ่ายเบ็ดเตล็ดประจำปี ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2526 ถึง พ.ศ. 2532 ดังนี้

พ.ศ.	2527	2528	2529	2530	2531	2532
ค่าใช้จ่าย (พันบาท)	2	6	10	13	16	18

1. จงหาสมการของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างเวลา และค่าใช้จ่ายเบ็ดเตล็ดเพื่อทำนายค่าใช้จ่ายเบ็ดเตล็ด
 2. จงทำนายค่าใช้จ่ายเบ็ดเตล็ดในปี พ.ศ. 2534
 3. จงทำนายค่าใช้จ่ายเบ็ดเตล็ดเฉลี่ยใน 3 เดือนแรกของปี พ.ศ. 2533
 4. จงทำนายค่าใช้จ่ายเบ็ดเตล็ดเฉลี่ยต่อปีของค่าใช้จ่ายเบ็ดเตล็ดตั้งแต่ปี พ.ศ. 2533 ถึง พ.ศ. 2536
- 4) ข้อมูลต่อไปนี้ แสดงอัตราการเพิ่มของประชากรของสหรัฐอเมริกาต่อประชากร 1,000 คน ตั้งแต่ ค.ศ. 1915 ถึง ค.ศ. 1955 ช่วงละ 5 ปี เท่าๆกัน

ค.ศ.	1915	1920	1925	1930	1935	1940	1945	1950	1955
อัตราการเพิ่ม	25.0	23.7	21.3	18.9	16.9	17.9	19.5	23.6	24.6

1. จงหาสมการของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูลเพื่อทำนายอัตราการเพิ่มของประชากร
 2. จงทำนายอัตราการเพิ่มของประชากรในปี ค.ศ. 1960
- 5) สถิติประชากรของเมืองแห่งหนึ่ง ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2525 ถึง พ.ศ. 2533 ช่วงละ 2 ปี ดังนี้

พ.ศ.	2525	2527	2529	2531	2533
จำนวนประชากร(หมื่นคน)	1	3	6	14	41

1. จงหาสมการของความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูลเพื่อทำนายจำนวนประชากร
2. จงทำนายจำนวนประชากรของเมืองนี้ในปี พ.ศ. 2535

3. จงทำนายจำ

แบบฝึกทักษะชุดที่ 18
เรื่อง ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันที่เป็นอนุกรมเวลา (2)

- ถ้าความสัมพันธ์ระหว่างรายได้ (x) และรายจ่าย(y) โดยเฉลี่ยต่อเดือนของครอบครัวที่อยู่อาศัยในอำเภอหนึ่งเป็น $y = 200 + 0.85x$ ข้อใดต่อไปนี้ผิด
 - ครอบครัว 2 ครอบครัวในอำเภอนี้มีรายได้ต่างกัน 1,000 บาท จะมีรายจ่ายต่างกันประมาณ 850 บาท
 - แต่ละครอบครัวมีรายจ่ายโดยเฉลี่ยประมาณ 1,900 บาท เมื่อมีรายได้ประมาณ 2,000 บาท
 - ครอบครัวซึ่งมีรายได้เดือนละ 3,000 บาท จะมีรายจ่ายโดยเฉลี่ยประมาณ 2,750 บาท
 - แต่ละครอบครัวจะมีรายได้มากกว่ารายจ่ายเสมอ
- กำหนดให้ $y = 20 - 2x$ เป็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนบุหรี่ยี่สิบเซ็นต์ที่สูบคิดเป็นซองต่อวัน (x) กับจำนวนอายุของผู้สูบบุหรี่คิดเป็น ปี (y) ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง
 - ถ้าเขาสูบบุหรี่เพิ่มขึ้นวันละ 1 ซอง อายุลดลง 2 ปี
 - ถ้าเขาสูบบุหรี่เพิ่มขึ้นวันละ 2 ซอง อายุลดลง 2 ปี
 - ถ้าชายคนนั้นอายุ 20 ปี แสดงว่าเขาสูบบุหรี่วันละ 15 ซอง
 - ถ้าเขาสูบบุหรี่ลดลง 1 ซอง อายุจะลดลง 2 ปี

- จากการศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการอ่านของเด็กกลุ่มหนึ่งซึ่งเข้าโปรแกรมการฝึกอ่าน พบข้อมูลเกี่ยวกับจำนวนคำโดยเฉลี่ยที่อ่านใน 1 นาที ดังนี้

จำนวนสัปดาห์ที่เข้าโปรแกรม	2	4	1	3	5	7
จำนวนคำที่อ่านได้ใน 1 นาที	65	90	22	81	132	180

เด็กคนหนึ่งเข้าโปรแกรมนี้นับจำนวน 8 สัปดาห์ แล้วเขามีความสามารถอ่านได้ประมาณกี่คำต่อนาที

- 173 คำ
 - 171 คำ
 - 164 คำ
 - 160 คำ
- ให้ x เป็นต้นทุนการผลิตสินค้า(หน่วยเป็นพันบาท) y เป็นกำไรที่ได้จากการขายสินค้า (หน่วยเป็นร้อยบาท) โดยที่ x และ y ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันดังนี้

x (พันบาท)	1	2	3	4	5
y(ร้อยบาท)	2	3	5	6	7

ถ้าลงทุนผลิตสินค้าเป็นเงิน 5,000 บาท จะได้กำไรเท่าใด

- 500 บาท
 - 554 บาท
 - 650 บาท
 - 647 บาท
- ข้อมูลต่อไปนี้แสดงความต้องการสินค้าซึ่งสัมพันธ์กับราคาขายของสินค้านั้น โดยสำรวจจากจังหวัดต่างๆ 6 จังหวัดดังนี้

ราคาต่อหน่วย(บาท)	18	10	14	11	16	13
ความต้องการ(พันบาท)	9	125	57	90	22	79

ถ้าต้องการขาย 15 บาทต่อหน่วย คาดว่าความต้องการสินค้านั้นประมาณเท่าใด

- 42,560 บาท
 - 44,860 บาท
 - 46,750 บาท
 - 48,400 บาท
- กำหนดข้อมูลซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง x_i และ y_i โดยที่ $\sum_{i=1}^6 x_i y_i = 48.6$, $\sum_{i=1}^6 x_i = 42$,

$\sum_{i=1}^6 x_i^2 = 364$, $\sum_{i=1}^6 y_i = 7.8$ ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างข้อมูลเป็นเส้นตรงที่มีสมการ $y = ax + b$

แล้ว a + b มีค่าเท่าใด

- 1.2143
- 1.4321
- 1.6842
- 1.8142

- 7) ข้อมูลต่อไปนี้เป็นข้อมูลเกี่ยวกับการสั่งสินค้าเข้าภายในประเทศ โดยมีหน่วยเป็นล้านตันและมีความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันเป็นเส้นตรง โดยเฉลี่ยแล้ว ในปี 2549 จะมีการสั่งสินค้าเข้าโดยประมาณเท่าใด

พ.ศ.	2542	2543	2544	2545	2546	2547
จำนวนสินค้า(ล้านตัน)	2	3	4	6	7	9

1. 12 ล้านตัน 2. 13 ล้านตัน 3. 13.1 ล้านตัน 4. 12.91 ล้านตัน

- 8) ชายคนหนึ่งออมทรัพย์ทุกปี โดยมีข้อมูลดังตารางที่คาดว่าปี 2548 เขาจะออมเงินได้เท่าใด

พ.ศ.	2541	2542	2543	2544	2545
จำนวนเงินออม(หมื่นบาท)	1	2	4	5	7

1. 123,500 บาท 2. 123,000 บาท 3. 113,500 บาท 4. 113,000 บาท

- 9) บริษัทแห่งหนึ่งขายผลิตภัณฑ์ของเด็กเล่น ยอดจำหน่าย 5 เดือนแรก ของปีนี้ มีข้อมูลดังตาราง คาดว่าในเดือนมิถุนายน ปีเดียวกัน ยอดจำหน่ายประมาณกี่ชิ้น

เดือน	มกราคม	กุมภาพันธ์	มีนาคม	เมษายน	พฤษภาคม
ยอดจำหน่าย(100 ชิ้น)	4	2	1	3	5

1. 920 ชิ้น 2. 940 ชิ้น 3. 960 ชิ้น 4. 980 ชิ้น

- 10) สมมติจำนวนประชากรของประเทศไทยในปี พ.ศ. 2531 – 2535 เป็นดังนี้

พ.ศ.(x_i)	2531	2532	2533	2534	2535
จำนวนประชากร(ล้านคน) y_i	45.1	46.4	47.5	48	49.1
$\log y_i$	1.654	1.667	1.667	1.681	1.691

ความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างจำนวนประชากรกับเวลาเป็นสมการเอ็กซ์โปเนนเชียล จงพยากรณ์จำนวนประชากรใน ปี พ.ศ. 2540

1. $10^{1.4521}$ ล้านคน 2. $10^{1.5021}$ ล้านคน 3. $10^{1.6011}$ ล้านคน 4. $10^{1.7356}$ ล้านคน