

➤ การหาความสัมพันธ์ เราจะพิจารณา จากข้างหน้า ไปข้างหลัง เสมอจากคู่อันดับ  $(x,y)$  ให้  $x$  เป็นตัวหน้า  $y$  เป็นตัวหลัง

- เช่น 1. มากกว่า คือ ข้างหน้า *มากกว่า* ข้างหลัง  
เขียนในรูปความสัมพันธ์ คือ  $x > y$
2. เป็นสิบเท่า คือ ข้างหน้า *เป็นสิบเท่า* ของข้างหลัง  
เขียนในรูปความสัมพันธ์ คือ  $x = 10y$
3. เป็นรากที่สาม คือ ข้างหน้า *เป็นรากที่สาม* ของข้างหลัง  
เขียนในรูปความสัมพันธ์ คือ  $x = \sqrt[3]{y}$

➤ กำหนดให้  $A = \{0,1,2,3\}, B = \{1,2,4\}$  จงหาความสัมพันธ์ต่อไปนี้ในแบบบอกเงื่อนไข หรือ แบบแจกแจงสมาชิก (การหาความสัมพันธ์ที่ง่าย เขียนในรูปแผนภาพต้นไม้จะมองง่าย)

1.  $r_1$  แทนความสัมพันธ์ “มากกว่าหรือเท่ากับ” จาก  $A$  ไป  $B$   
 $r_1 = \{(x, y) \in \dots \mid \dots\}$   
 $r_1 = \dots$

2.  $r_2$  แทนความสัมพันธ์ “เป็นรากที่สอง” จาก  $A$  ไป  $B$   
 $r_2 = \{(x, y) \in \dots \mid \dots\}$   
 $r_2 = \dots$

3.  $r_3$  แทนความสัมพันธ์ “เป็นกำลังสอง” จาก  $B$  ไป  $A$   
 $r_3 = \{(x, y) \in \dots \mid \dots\}$   
 $r_3 = \dots$

4.  $r_4 = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x + 1\}$   
 $r_4 = \dots$

5.  $r_5 = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x - 2\}$   
 $r_5 = \dots$

6.  $r_6 = \{(1,1), (2,2), (4,4)\}$   
 $r_6 = \dots$

7.  $r_7 = \{(0,0), (1,1), (2,2), (3,3)\}$   
 $r_7 = \dots$

8.  $r_8 = \{(4,0), (4,1), (4,2), (4,3), (2,0), (2,1), (1,0)\}$   
 $r_8 = \dots$

9.  $r_9 = \{(1,1), (4,2)\}$   
 $r_9 = \dots$

10.  $r_{10} = \{(x, y) \in A \times A \mid x - y = 0\}$   
 $r_{10} = \dots$

11.  $r_{11} = \{(x, y) \in B \times B \mid y = \frac{x}{2}\}$   
 $r_{11} = \dots$

12.  $r_{12} = \{(x, y) \in B \times B \mid y = |x|\}$   
 $r_{12} = \dots$

13.  $r_{13} = \{(x, y) \in A \times A \mid x + y = 2\}$   
 $r_{13} = \dots$

14.  $r_{14} = \{(x, y) \in B \times A \mid y = x^3\}$   
 $r_{14} = \dots$

15.  $r_{15} = \{(x, y) \in B \times A \mid |y| + |x| = 2\}$   
 $r_{15} = \dots$

โดเมน  $D_r$  คือ เซตของสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับ (a,b) ใน  $r$   
เรนจ์  $R_r$  คือ เซตของสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับ (a,b) ใน  $r$

• กำหนดให้  $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$  จงหา  $r, D_r, R_r$

1.  $r_1 = \{(x, y) \in A \times A / y = |x|\}$

2.  $r_2 = \{(x, y) \in A \times A / y = |x+1|\}$

3.  $r_3 = \{(x, y) \in A \times A / x + y = 0\}$

4.  $r_4 = \{(x, y) \in A \times A / y = x + 1\}$

กำหนดให้  $A = \{x \in N / x < 5\}$  จงหา  $r, D_r, R_r$

1.  $r_1 = \{(x, y) \in A \times A / x + y \geq 7\}$

2.  $r_2 = \{(x, y) \in A \times A / y = \sqrt[3]{x}\}$

3.  $r_3 = \{(x, y) \in A \times A / y = x^3 + 1\}$

• กำหนดให้  $A = \{x \in N / 2 \leq x \leq 6\}$  จงหา  $r, D_r, R_r$

1.  $r_1 = \{(x, y) \in A \times A / y = 2x\}$

2.  $r_2 = \{(x, y) \in A \times A / y = 3, x \leq 4\}$

กำหนดให้  $A = \{x \in I / -1 < x < 9\}$  จงหา  $r, D_r, R_r$

1.  $r_1 = \{(x, y) \in A \times A / x \leq 2, y > 7\}$

2.  $r_2 = \{(x, y) \in A \times A / \frac{x}{4}$  แล้วเหลือเศษ  $y\}$  (เศษต้อง  $\geq 0$ )

3.  $r_3 = \{(x, y) \in A \times A / \frac{y}{3}$  แล้วเหลือเศษ  $x\}$  (เศษต้อง  $\geq 0$ )

กำหนดให้  $A = \{x \in N / x \leq 8\}$  จงหา  $r, D_r, R_r$

1.  $r_1 = \{(x, y) \in A \times A / y = 3x\}$

2.  $r_2 = \{(x, y) \in A \times A / x + y > 15\}$

- กำหนดให้  $A = \{1,2,3,4\}, B = \{2,3,4,5\}$  จงหา  $r, D_r, R_r$

1.  $r_1 = \{(x, y) \in A \times A / y > x + 2\}$

2.  $r_2 = \{(x, y) \in A \times B / y \leq |x| - 2\}$

3.  $r_3 = \{(x, y) \in B \times B / y < x^2 - 20\}$

- ให้  $r = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} / x + y < 4\}$  จงหา  $r, D_r, R_r$

- ให้  $r = \{(x, y) \in I^+ \times I^+ / x + y = 5\}$  จงหา  $r, D_r, R_r$

- ให้  $r = \{(x, y) \in I^- \times I^+ / y = x + 5\}$  จงหา  $r, D_r, R_r$

- ให้  $r = \{(x, y) \in I \times I^+ / y = x - 7\}$  จงหา  $r, D_r, R_r$

### โดเมน เรนจ์ และกราฟของความสัมพันธ์

#### ➤ การหาโดเมน และเรนจ์ของความสัมพันธ์

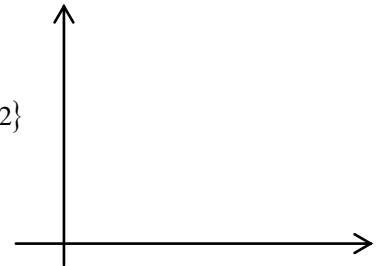
มีหลายวิธีในการหา ดังนี้

- พิจารณาจากคู่อันดับ  $(x, y)$
- พิจารณาจากสมการ จัดให้อยู่ในเทอมของ  $x$  และเทอมของ  $y$
- การวาดกราฟ พิจารณาค่า  $x$  และ  $y$  ที่เป็นไปได้ทั้งหมด

\*\*\*\* โดยพิจารณาโดเมนจากค่า  $x$  และ เรนจ์ จากค่า  $y$  \*\*\*\*

กรณีที่ 1 ค่า  $x, y$  อยู่ในรูปสมการ ซึ่ง  $x, y$  เป็นสมาชิกในลัดับเซตของจำนวนเต็ม

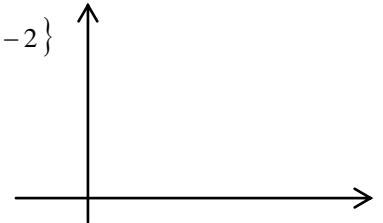
1.  $r = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} / y = x + 2\}$



$D_r = \dots\dots\dots$

$R_r = \dots\dots\dots$

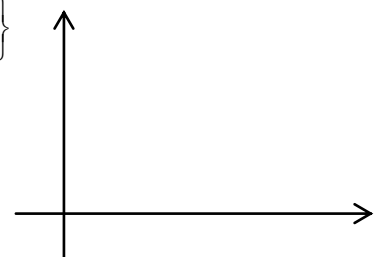
2.  $r = \{(x, y) \in I^+ \times I^+ / y = x - 2\}$



$D_r = \dots\dots\dots$

$R_r = \dots\dots\dots$

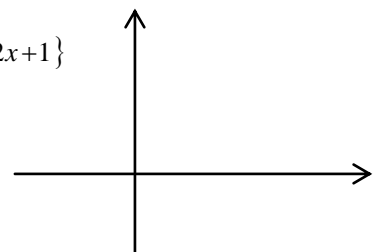
3.  $r = \{(x, y) \in I \times \mathbb{N} / y = \frac{x}{2}\}$



$D_r = \dots\dots\dots$

$R_r = \dots\dots\dots$

4.  $r = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times I / y = 2x + 1\}$



$D_r = \dots\dots\dots$

$R_r = \dots\dots\dots$

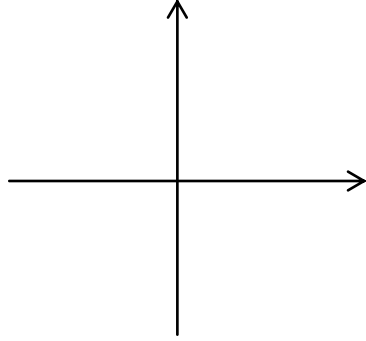
**กรณีที 2**

ค่า  $x, y$  อยู่ในรูปสมการดีกรีหนึ่ง หรือเป็นสมการเส้นตรง  
 ในรูป  $ax + by + c = 0$  ;  $a, b \neq 0$  (อยู่ในเซตของจำนวนจริง)

• จงวาดกราฟในระนาบเดียวกัน พร้อมหาโดเมน และเรนจ์

- $r = \{(x, y) \in R \times R / y = x\}$  หรือ  $r = \{(x, y) / y = x\}$
- $r = \{(x, y) \in R \times R / y = 2x\}$

ค่า x	ข้อ 1. y	ข้อ 2. y

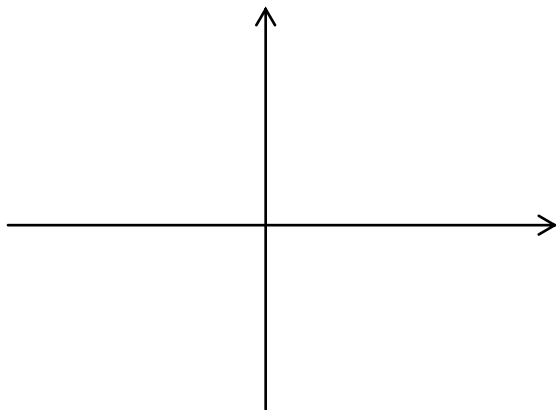


- $D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$
- $D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$

• จงวาดกราฟในระนาบเดียวกัน พร้อมหาโดเมน และเรนจ์

- $r = \{(x, y) / y = x + 1\}$
- $r = \{(x, y) / y = x - 2\}$

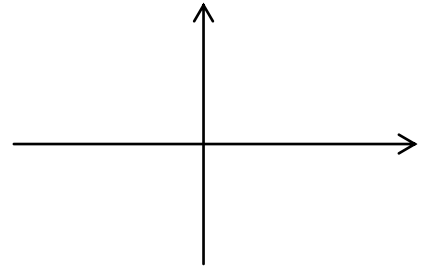
ค่า x	ข้อ 1. y	ข้อ 2. y



ข้อ 1-2 ได้  
 $D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$

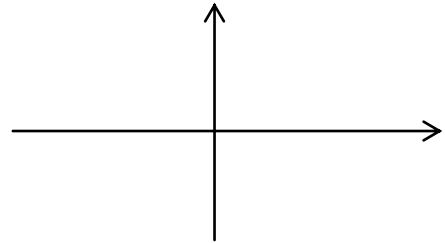
• จงวาดกราฟในระนาบเดียวกัน พร้อมหาโดเมน และเรนจ์

- $r = \{(x, y) / y = 2\}$
- $r = \{(x, y) / y = -2\}$



- $D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$
- $D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$

- $r = \{(x, y) / x = 3\}$
- $r = \{(x, y) / x = -\frac{5}{2}\}$

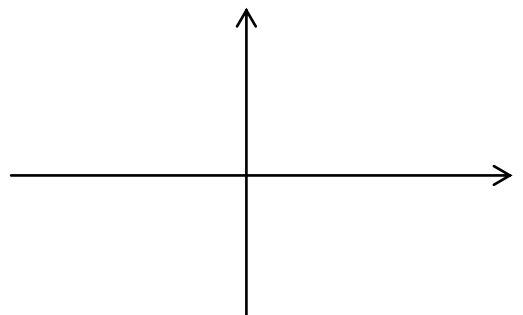


- $D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$
- $D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$

• จงวาดกราฟในระนาบเดียวกัน พร้อมหาโดเมน และเรนจ์  
 โดยใช้วิธีการหาจุดตัดแกน x และแกน y

5.  $r = \{(x, y) / x + 2y = 4\}$

หาจุดตัดแกน x ให้  $y = 0$  จะได้.....  
 หาจุดตัดแกน y ให้  $x = 0$  จะได้.....

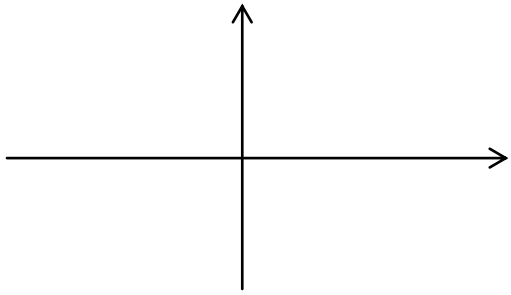


$D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$

6.  $r = \{(x, y) / 2x - y = 6\}$

หาจุดตัดแกน x ให้  $y=0$  จะได้.....

หาจุดตัดแกน y ให้  $x=0$  จะได้.....

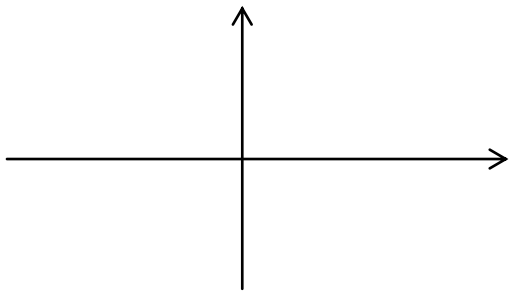


$D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$

7.  $r = \{(x, y) / 4y - x = 4\}$

หาจุดตัดแกน x ให้  $y=0$  จะได้.....

หาจุดตัดแกน y ให้  $x=0$  จะได้.....

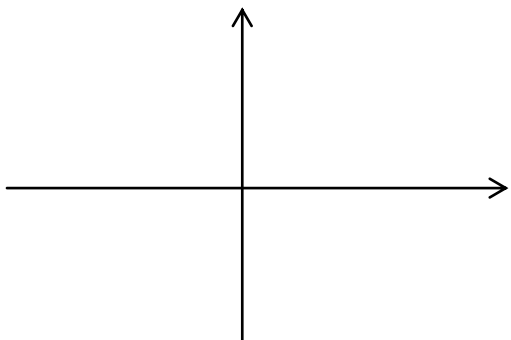


$D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$

8.  $r = \{(x, y) / x + y = 3 ; x \geq -3\}$  (เลือกค่า x ตั้งแต่ -3)

จุดตัดแกน x คือ .....

จุดตัดแกน y คือ .....

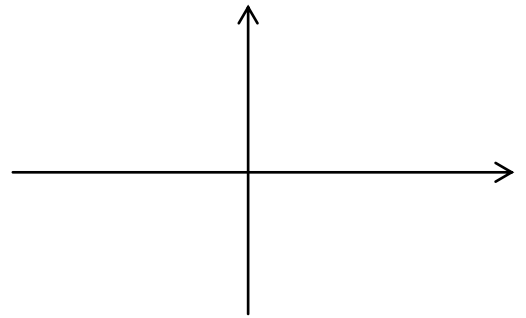


$D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$

9.  $r = \{(x, y) / x + y = 1 ; x > -3\}$  (เลือกค่า x มากกว่า -3)

จุดตัดแกน x คือ .....

จุดตัดแกน y คือ .....

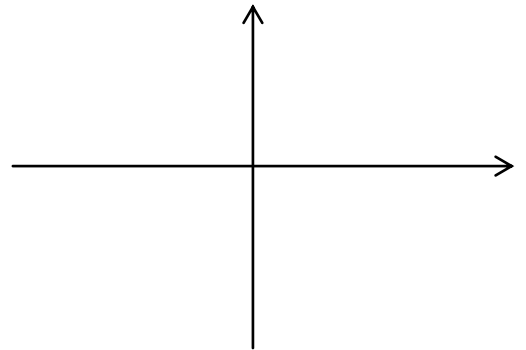


$D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$

10.  $r = \{(x, y) / 2y = 3x + 6 ; -3 < x < 3\}$

จุดตัดแกน x คือ .....

จุดตัดแกน y คือ .....

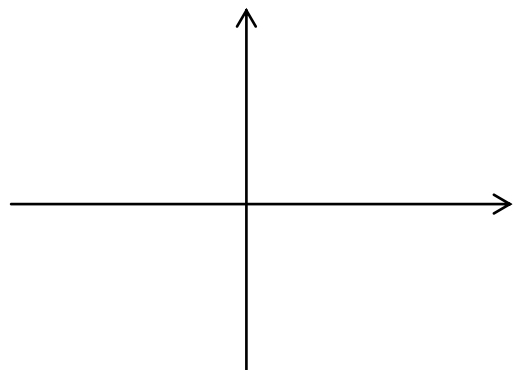


$D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$

11.  $r = \{(x, y) / 2x = y + 6 ; -3 \leq y < 4\}$

จุดตัดแกน x คือ .....

จุดตัดแกน y คือ .....



$D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$

**กรณีที 3**

ค่า  $y$  หรือค่า  $x$  มีดีกรีเป็นสอง (หรือยกกำลังสอง หรือคู่)  
รูปของกราฟจะเป็นกราฟพาราโบลา

- จัดให้อยู่ในรูปสมการ  $y = a(x-h)^2 + k$  จะง่ายในการคิด

เมื่อ  $(h, k)$  เป็นจุดยอด หรือจุดวกกลับของกราฟ  
ส่วนค่า  $a$  จะเป็นตัวบอกว่า กราฟพาราโบลา  
จะ หาย หรือ ค่ำ  
- ถ้า  $a > 0$  กราฟจะ **หงายขึ้น** - ถ้า  $a < 0$  กราฟจะ **คว่ำลง**

- จงวาดกราฟต่อไปนี้ พร้อมหาโดเมน และเรนจ์

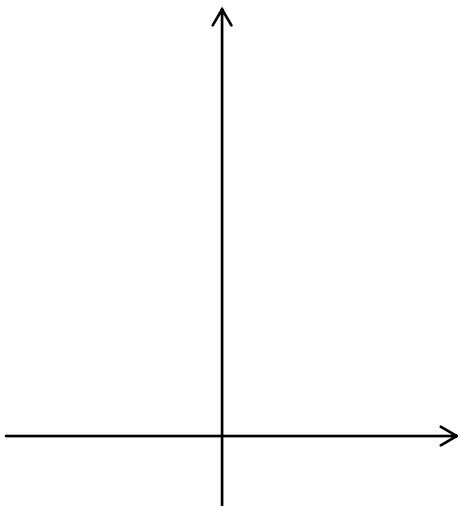
- $r = \{(x, y) \in R \times R / y = \frac{1}{2}x^2\}$
- $r = \{(x, y) \in R \times R / y = x^2\}$
- $r = \{(x, y) \in R \times R / y = 2x^2\}$

**แบบที่ 1** วาดกราฟโดยแทนค่า  $x$  ให้ได้ค่า  $y$

ค่า $x$						
ข้อ 1. $y$						
ข้อ 2. $y$						
ข้อ 3. $y$						

**แบบที่ 2** จัดให้อยู่ในรูป  $y = a(x-h)^2 + k$

ข้อ	จัดรูป	ค่า $a$	จุดยอด $(h,k)$	ลักษณะกราฟ
1.				
2.				
3.				

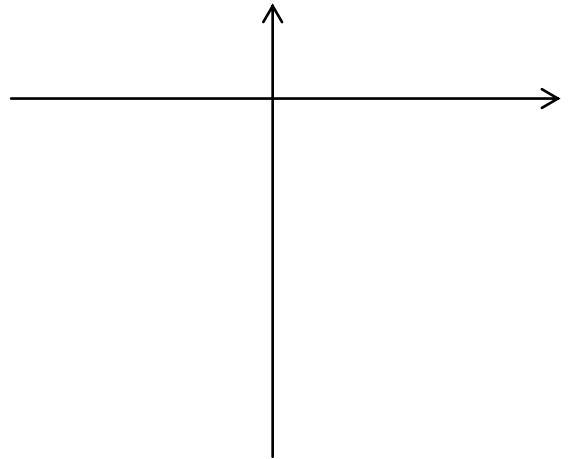


\*\* สรุป ลักษณะกราฟจาก ข้อ 1-3 พบว่าเป็นกราฟ.....  
และถ้า  $a$  มีค่ามากขึ้น ลักษณะกราฟ.....

- $r = \{(x, y) \in R \times R / y = -x^2\}$
- $r = \{(x, y) \in R \times R / y = -3x^2\}$

จัดให้อยู่ในรูป  $y = a(x-h)^2 + k$

ข้อ	จัดรูป	ค่า $a$	จุดยอด $(h,k)$	ลักษณะกราฟ
4.				
5.				



ข้อ 4-5 จะได้  $D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$

\*\* สรุป ลักษณะกราฟจาก ข้อ 4-5 พบว่าเป็นกราฟ.....  
และถ้า  $a$  มีค่าลดลง ลักษณะกราฟ.....

\*\*\*\* จาก ข้อที่ 1-5 ที่จุดยอด พบว่าค่า  $k = \dots\dots\dots$   
ดังนั้น ค่าเรนจ์ จะพิจารณาที่ ค่า  $k$  เสมอ

- ถ้า  $a > 0$  ค่าเรนจ์ คือ  $\dots\dots\dots$ เสมอ
- ถ้า  $a < 0$  ค่าเรนจ์ คือ  $\dots\dots\dots$ เสมอ

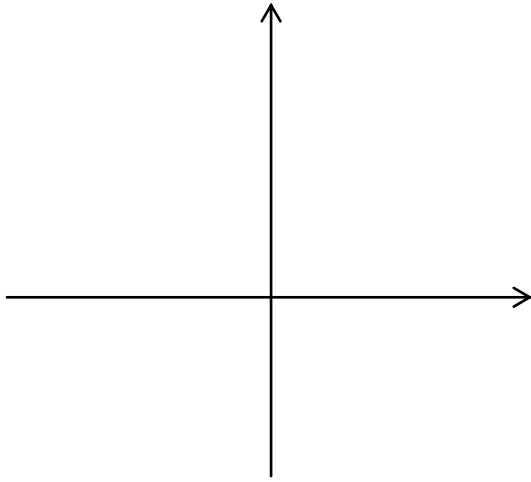
\*\*\* ค่าโดเมน คือ..... เสมอ

( สังเกตจากสมการทุกข้อจะเป็น  $x^2$  นะจ๊ะ )

ข้อ 1-3 จะได้  $D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$

6.  $r = \{(x, y) \in R \times R / y = x^2 + 1\}$   
 7.  $r = \{(x, y) \in R \times R / y = x^2 - 2\}$   
 8.  $r = \{(x, y) \in R \times R / y = x^2 - 3\}$

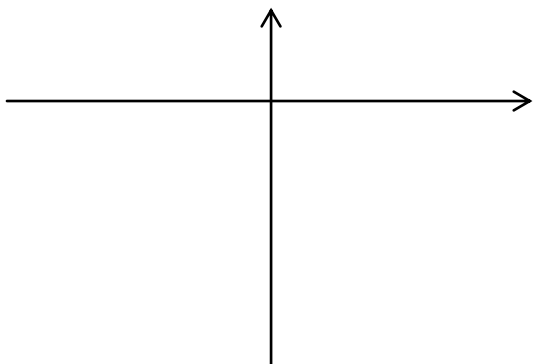
จัดให้อยู่ในรูป $y = a(x-h)^2 + k$				
ข้อ	จัดรูป	ค่า a	จุดยอด (h,k)	ลักษณะกราฟ
6.				
7.				
8.				



- ข้อ 6 จะได้  $D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$   
 ข้อ 7 จะได้  $D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$   
 ข้อ 8 จะได้  $D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$

9.  $r = \{(x, y) \in R \times R / y = -x^2 + 1\}$   
 10.  $r = \{(x, y) \in R \times R / y = -x^2 - 2\}$

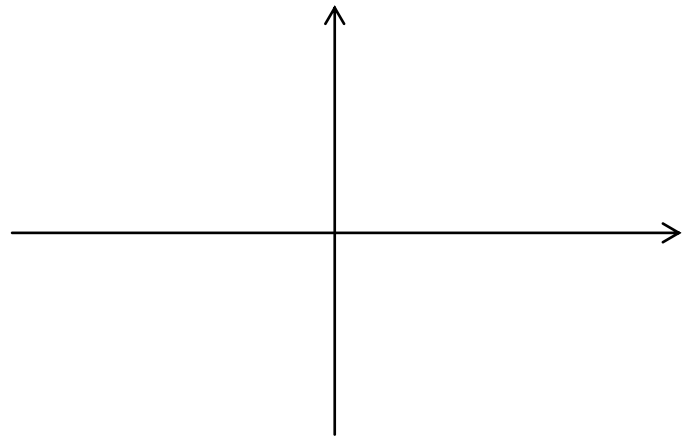
จัดให้อยู่ในรูป $y = a(x-h)^2 + k$				
ข้อ	จัดรูป	ค่า a	จุดยอด (h,k)	ลักษณะกราฟ
9.				
10.				



- ข้อ 9 จะได้  $D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$   
 ข้อ 10 จะได้  $D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$

11.  $r = \{(x, y) \in R \times R / y = (x-1)^2\}$   
 12.  $r = \{(x, y) \in R \times R / y = (x+2)^2\}$   
 13.  $r = \{(x, y) \in R \times R / y = -(x-2)^2\}$   
 14.  $r = \{(x, y) \in R \times R / y = -(x+1)^2\}$

จัดให้อยู่ในรูป $y = a(x-h)^2 + k$				
ข้อ	จัดรูป	ค่า a	จุดยอด (h,k)	ลักษณะกราฟ
11.				
12.				
13.				
14.				



- ข้อ 11 จะได้  $D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$   
 ข้อ 12 จะได้  $D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$   
 ข้อ 13 จะได้  $D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$   
 ข้อ 14 จะได้  $D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$

\*\*\* สรุป สมการพาราโบลา \*\*\*

สมการในรูป  $y = a(x-h)^2 + k$

จะได้ โดเมน คือ.....

จะได้ เรนจ์ ดูที่ค่า.....

ค่าเรนจ์ แยกเป็น 2 กรณี คือ

- ถ้า  $a > 0$  กราฟ.....  
จะได้ เรนจ์ คือ.....
- ถ้า  $a < 0$  กราฟ.....  
จะได้ เรนจ์ คือ.....

\*\*\* จำให้ได้นะจ๊ะ ไม่ยากเลยใช้ปะ\*\*\*

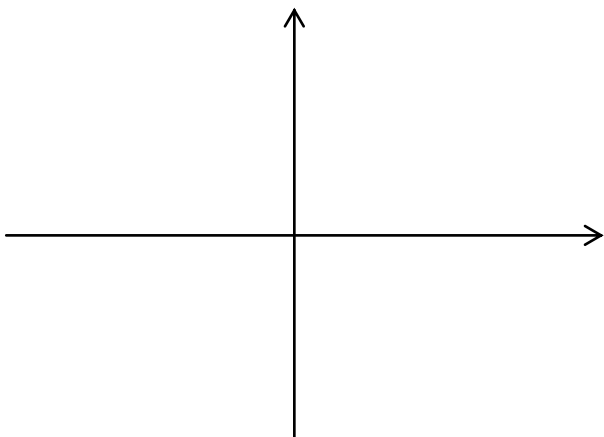
15.  $r = \{(x, y) \in R \times R / x = y^2\}$
16.  $r = \{(x, y) \in R \times R / x = y^2 - 1\}$
17.  $r = \{(x, y) \in R \times R / x = -y^2\}$
18.  $r = \{(x, y) \in R \times R / x = -y^2 + 1\}$

แบบที่ 1 วาดกราฟโดยแทนค่า  $y$  ให้ได้ค่า  $x$

ค่า $x$						
ข้อ 15 $y$						
ข้อ 16 $y$						
ข้อ 17 $y$						
ข้อ 18 $y$						

แบบที่ 2 จัดให้อยู่ในรูป  $x = a(y - k)^2 + h$

ข้อ	จัดรูป	ค่า $a$	จุดยอด $(h, k)$	ลักษณะกราฟ
15.				
16.				
17.				
18.				



- ข้อ 15 จะได้  $D_r = \dots R_r = \dots$   
 ข้อ 16 จะได้  $D_r = \dots R_r = \dots$   
 ข้อ 17 จะได้  $D_r = \dots R_r = \dots$   
 ข้อ 18 จะได้  $D_r = \dots R_r = \dots$

\*\*\* สมการกำลังสองในรูป  $x = a(y - k)^2 + h$  \*\*\*

- ถ้าค่า  $a < 0$  ลักษณะกราฟ.....
- ถ้าค่า  $a > 0$  ลักษณะกราฟ.....

หาโดเมน โดยดูที่ .....

หาเรนจ์ โดยดูที่ .....

จงหาโดเมน และเรนจ์ของความสัมพันธ์ต่อไปนี้ โดยไม่ต้องวาดกราฟ

1.  $\{(x, y) \in R \times R / y = 3x^2 + 2\}$

$D_r = \dots R_r = \dots$

2.  $\{(x, y) \in R \times R / y = 5x^2 - 2\}$

$D_r = \dots R_r = \dots$

3.  $\{(x, y) \in R \times R / y = -2x^2 + 1\}$

$D_r = \dots R_r = \dots$

4.  $\{(x, y) \in R \times R / y = x^4\}$

$D_r = \dots R_r = \dots$

5.  $\{(x, y) \in R \times R / x = y^6\}$

$D_r = \dots R_r = \dots$

(ข้อต่อไปนี้อย่างจัดรูปสมการใหม่จะ ใช้กำลังสองสมบูรณ์)

6.  $\{(x, y) \in R \times R / y = x^2 - 2x + 1\}$

7.  $\{(x, y) \in R \times R / y = x^2 + 2x\}$

8.  $\{(x, y) \in R \times R / y = x^2 - 6x + 5\}$



### กรณีที 4

ค่า  $x, y$  อยู่ในรูปเศษส่วน (ตัวแปรเป็นตัวส่วน)

\*\*\* หลักการคิด คือ ตัวส่วนต้องไม่เป็นศูนย์ \*\*\*

1. หาโดเมน จัดในรูป  $y = \dots\dots\dots$

2. หาเรนจ์ จัดในรูป  $x = \dots\dots\dots$

แล้วพิจารณาตัวส่วน นำมาคิดในรูป

ตัวส่วน  $\neq 0$

1.  $\{(x, y) / yx=1\}$  หรือ  $\{(x, y) \in R \times R / y = \frac{1}{x}\}$

2.  $\{(x, y) \in R \times R / y = \frac{1}{x+1}\}$

3.  $\{(x, y) \in R \times R / x = \frac{5}{2y-2}\}$

4.  $\{(x, y) \in R \times R / y = \frac{x}{2x+1}\}$

### มีสูตรลัด (ด้วยนะ)

ถ้ามีตัวแปร ตัวใด ตัวหนึ่ง เป็นตัวส่วน (หรือทั้งเศษและส่วน)

คือ ถ้า  $x$  เป็นตัวส่วน (หรือเป็นทั้งเศษ และส่วน)

จะหา โดเมน คิดจากนำ  $x$  ที่เป็นตัวส่วน มา  $\neq 0$

ส่วนค่าเรนจ์ จะได้  $y \neq$  สปส.  $x$  บน ส่วน สปส.  $x$  ล่าง

เช่น 1.  $y = \frac{1}{x-3}$

ค่าโดเมน ดูที่ส่วน  $x-3 \neq 0$  จะได้  $x \neq 3$  \*\*\*

ค่าเรนจ์ ได้ว่า  $y \neq \frac{0}{3}$  จะได้  $y \neq 0$  \*\*\*

2.  $y = \frac{2x}{5x-3}$

ค่าโดเมน ดูที่ส่วน  $5x-3 \neq 0$  จะได้  $x \neq \frac{3}{5}$  \*\*\*

ค่าเรนจ์ ได้ว่า  $y \neq \frac{2}{5}$  \*\*\*

❖ จงหาโดเมน และเรนจ์ของความสัมพันธ์ต่อไปนี้

1.  $\{(x, y) \in R \times R / y = \frac{3}{3x-6}\}$

2.  $\{(x, y) \in R \times R / y = \frac{2x}{3x+4}\}$

3.  $\{(x, y) \in R \times R / x = \frac{8y}{4y+4}\}$

4.  $\{(x, y) \in R \times R / y = \frac{6x}{5x-4}\}$

5.  $\{(x, y) \in R \times R / y = \frac{1-8x}{2x+3}\}$

6.  $\{(x, y) \in R \times R / x = \frac{2-y}{2y-1}\}$

7.  $\{(x, y) \in R \times R / x = \frac{-2}{3-y}\}$

**กรณีที่ 5**

ค่า  $x, y$  อยู่ในรูปค่าสัมบูรณ์ พิจารณากราฟ  
เหมือนกับพิจารณากราฟ กำลังสอง โดยจัดให้อยู่ในรูป

$$y = a|x - h| + k \text{ หรือ } x = a|y - k| + h$$

ลักษณะกราฟ จะเหมือน ตัววี (V)

เมื่อ  $(h, k)$  เป็นจุดยอด หรือจุดวกกลับของกราฟ

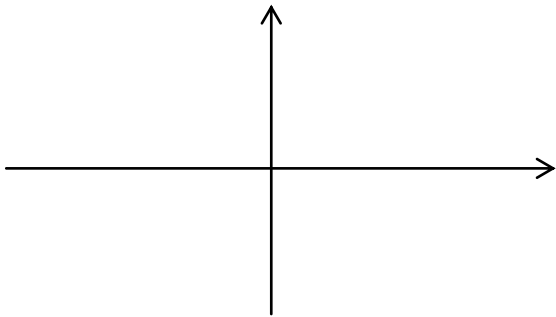
ส่วนค่า  $a$  จะเป็นตัวบอกว่า กราฟจะ หาย หรือ คว่ำ

- ถ้า  $a > 0$  กราฟรูป **วี** หาย (V) - ถ้า  $a < 0$  กราฟรูป **คว่ำ** (∧)

1.  $\{(x, y) \in R \times R / y = |x|\}$
2.  $\{(x, y) \in R \times R / y = |x + 1|\}$
3.  $\{(x, y) \in R \times R / y = -|x - 2|\}$

**วาดกราฟโดยแทนค่า x ให้ได้ค่า y**

ค่า x						
ข้อ 1. y						
ข้อ 2. y						
ข้อ 3. y						



ข้อ 1 จะได้  $D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$

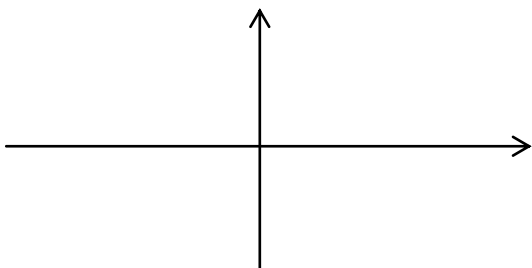
ข้อ 2 จะได้  $D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$

ข้อ 3 จะได้  $D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$

4.  $\{(x, y) \in R \times R / y = |x| + 2\}$
5.  $\{(x, y) \in R \times R / y = |x| - 3\}$

**วาดกราฟโดยแทนค่า x ให้ได้ค่า y**

ค่า x						
ข้อ 4 y						
ข้อ 5 y						



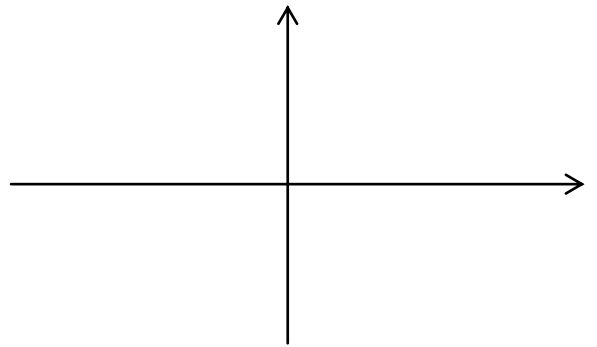
ข้อ 4 จะได้  $D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$

ข้อ 5 จะได้  $D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$

6.  $\{(x, y) \in R \times R / y = -|x - 3|\}$
7.  $\{(x, y) \in R \times R / y = |x - 1| + 1\}$
8.  $\{(x, y) \in R \times R / y = |x + 2| - 1\}$

**จัดให้อยู่ในรูป  $y = a|x - h| + k$**

ข้อ	จัดรูป	ค่า a	จุดยอด (h,k)	ลักษณะกราฟ
6.				
7.				
8.				



ข้อ 6 จะได้  $D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$

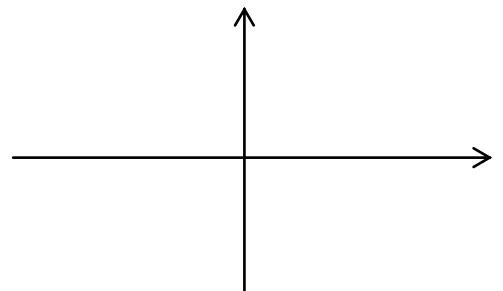
ข้อ 7 จะได้  $D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$

ข้อ 8 จะได้  $D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$

9.  $\{(x, y) \in R \times R / x = |y - 2|\}$
10.  $\{(x, y) \in R \times R / x = |y| + 2\}$
11.  $\{(x, y) \in R \times R / x = |y - 1| - 1\}$

**จัดให้อยู่ในรูป  $x = a|y - k| + h$**

ข้อ	จัดรูป	ค่า a	จุดยอด (h,k)	ลักษณะกราฟ
9.				
10.				
11.				



ข้อ 9. จะได้  $D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$

ข้อ 10. จะได้  $D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$

ข้อ 11. จะได้  $D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$

• วาดกราฟพร้อมบอกโดเมน และเรนจ์

12.  $\{(x, y) \in R \times R / |x + y| = 1\}$

13.  $\{(x, y) \in R \times R / |x| + |y| = 4\}$

14.  $\{(x, y) \in R \times R / |y - x| = 4\}$

15.  $\{(x, y) \in R \times R / 3|x| + 4|y| = 12\}$

16.  $\{(x, y) \in R \times R / |x| = |y|\}$

17.  $\{(x, y) \in R \times R / |y| - |x| = 1\}$

18.  $\{(x, y) \in R \times R / |y| = |x| - 1\}$

**กรณีที่ 6**

ค่า  $x, y$  อยู่ในรูปรากที่สอง

เป็นสับเซตของกราฟกำลังสอง ในส่วนที่เป็นค่าบวก

( การพิจารณาโดเมน และ เรนจ์ ค่าในราก ต้อง

มากกว่าหรือเท่ากับ ศูนย์ เสมอ )

❖ จงหา โดเมน และ เรนจ์ ของความสัมพันธ์ต่อไปนี้

1.  $\{(x, y) \in R \times R / y = \sqrt{x}\}$

2.  $\{(x, y) \in R \times R / y = \sqrt{x+4}\}$

3.  $\{(x, y) \in R \times R / x = \sqrt{y+5}\}$

4.  $\{(x, y) \in R \times R / y = \sqrt{6+3x}\}$

5.  $\{(x, y) \in R \times R / y = \sqrt{2x-6}\}$

6.  $\{(x, y) \in R \times R / y = \sqrt{4-x}\}$

7.  $\{(x, y) \in R \times R / y = \sqrt{1-2x}\}$

8.  $\{(x, y) \in R \times R / x = \sqrt{1-y}\}$

9.  $\{(x, y) \in R \times R / y = \sqrt{x} - 3\}$

10.  $\{(x, y) \in R \times R / y = \sqrt{2x+5}\}$

11.  $\{(x, y) \in R \times R / x = \sqrt{y-4}\}$

สรุป 1. ถ้าอยู่ในรูป  $y = \sqrt{ax+k}$  , a,k เป็นค่าคงที่

จะได้  $D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$

2. ถ้าอยู่ในรูป  $y = \sqrt{k-ax}$  , a,k เป็นค่าคงที่

จะได้  $D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$

3. ถ้าอยู่ในรูป  $y = \sqrt{ax+k} + h$  , a,k,h เป็นค่าคงที่

จะได้  $D_r = \dots\dots\dots R_r = \dots\dots\dots$

• จงวาดกราฟ พร้อมบอกโดเมน และเรนจ์ของความสัมพันธ์  
(พิจารณาค่าในรากก่อนเสมอ นำมาหาค่าโดยมากกว่าหรือเท่ากับ 0 )

1.  $\{(x, y) \in R \times R / y = \sqrt{x^2 - 16}\}$

2.  $\{(x, y) \in R \times R / y = \sqrt{x^2 - 36}\}$

3.  $\{(x, y) \in R \times R / y = \sqrt{4-x^2}\}$

4.  $\{(x, y) \in R \times R / y = \sqrt{25-x^2}\}$

### TEST (Domain & Range)

❖ จงบอกโดเมน และเรนจ์ของความสัมพันธ์

1.  $\{(x, y) \in N \times N / y < x\}$

2.  $\{(x, y) \in I \times R / y = x\}$

3.  $\{(x, y) \in R \times R / y = x^3\}$

4.  $\{(x, y) \in R \times R / 5y - 2y = 10\}$

5.  $\{(x, y) \in R \times R / y = \sqrt{(x+2)^2}\}$

6.  $\{(x, y) \in R \times R / y = \sqrt{(x-3)^2}\}$

7.  $\{(x, y) \in R \times R / y = \sqrt{x^2} + 3\}$

8.  $\{(x, y) \in R \times R / y = 2\sqrt{x^2} - 3\}$

9.  $\{(x, y) \in R \times R / y = \sqrt{x^2 - 3x + 2}\}$

10.  $\{(x, y) \in R \times R / y = \sqrt{5 + 4x - x^2}\}$

11.  $\{(x, y) \in R \times R / y = \frac{1}{|x+1|}\}$

12.  $\{(x, y) \in R \times R / y = \left| \frac{3}{x-4} \right|\}$

13.  $\{(x, y) \in R \times R / y = \left| \frac{1}{x-4} \right| + 3\}$

14.  $\{(x, y) \in R \times R / y = \left| \frac{2}{3x} \right| - 3\}$

15.  $\{(x, y) \in R \times R / x^2 + y^2 < 5\}$

16.  $\{(x, y) \in R \times R / x^2 + y^2 \leq 25\}$

17.  $\{(x, y) \in R \times R / y = \frac{2-x}{2x-1}\}$

18.  $\{(x, y) \in R \times R / x = \frac{2+y}{2y+1}\}$

19.  $\{(x, y) / y = x^2 + 2x - 2\}$

### อินเวอร์ส (คณิตเพิ่มเติม)

➤ อินเวอร์สของความสัมพันธ์  $r$  แทนด้วย  $r^{-1}$

คือ สลับสมาชิกตัวหน้ากับตัวหลังของแต่ละคู่อันดับ

ซึ่งจะได้  $D_r = R_{r^{-1}}$  และ  $R_r = D_{r^{-1}}$

กราฟของ  $r$  และ  $r^{-1}$  จะสมมาตรกัน ตามแกนสมมาตร ( $y = x$ )

➤ จงหาอินเวอร์สของความสัมพันธ์ พร้อมบอกโดเมน และเรนจ์ และเขียนกราฟ

1.  $r = \{(1,2), (2,4), (0,1), (-1,0), (2,-1), (5,3), (-2,1)\}$

$r^{-1} = \dots\dots\dots$

$D_{r^{-1}} = \dots\dots\dots R_{r^{-1}} = \dots\dots\dots$

2.  $r = \{(x,y) \in R \times R / y = x + 3\}$  ( สลับที่  $x$  กับ  $y$  ในสมการ)

3.  $r = \{(x,y) \in R \times R / y = 2x - 1\}$

4.  $r = \{(x,y) \in R \times R / y = x^2\}$

5.  $r = \{(x,y) \in R \times R / y \geq x^2 + 2\}$

6.  $r = \{(x,y) \in R \times R / y = \sqrt{x - 5}\}$

7.  $r = \{(x,y) \in R \times R / y \leq \sqrt{x + 4}\}$

8.  $r = \{(x,y) \in R \times R / y = |x + 2|\}$

9.  $r = \{(x,y) \in R \times R / y \geq |x| + 2\}$

10.  $r = \{(x,y) \in R \times R / x^2 + y^2 < 4\}$